

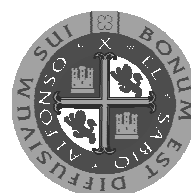
The logo consists of the letters 'A', 'X', and 'A' in a stylized, blue, sans-serif font. The 'X' is positioned between the two 'A's and is slightly larger and more prominent.

UNA REVISTA DE ARTE Y ARQUITECTURA

**Valentina Siegfried Villar
José Domínguez de Posada
Rafael Magro Andrade**

Sobre la posición del Sol en la bóveda celeste
y la dirección de sus rayos

UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO
Villanueva de la Cañada, MMXI



© **del texto: los autores.**

Noviembre de 2011

<https://www.uax.es/publicaciones/axa.htm>

© **de la edición: AxA. Una revista de arte y arquitectura**

Universidad Alfonso X el Sabio

28691 - Villanueva de la Cañada (Madrid)

Editor: Felipe Pérez-Somarriba - axa@uax.es

No está permitida la reproducción total o parcial de este artículo ni su almacenamiento o transmisión, ya sea electrónico, químico, mecánico, por fotocopia u otros métodos, sin permiso previo por escrito de la revista

TEORÍA DE SOLEAMIENTO: NOCIONES

«A nosotros nos será suficiente separar de sus enseñanzas las explicaciones sobre la manera de conocer el acortamiento y alargamiento de los días en cada mes. Pues moviéndose el Sol en el tiempo equinoccial en Aries y en Libra, si se divide en nueve partes la longitud del gnomon, su sombra tendría ocho partes bajo la inclinación del cielo de Roma; en Atenas, si el gnomon tiene cuatro, la sombra tiene tres; en Rodas, si tiene siete, la sombra tiene cinco; en Talento, si tiene once, la sombra nueve, y si en Alejandría tiene cinco, tendrá tres; y así en los diferentes lugares, las sombras equinociales de los gnomones resultan diferentes»¹

VITRUBIO

Cuando se trata de iluminación natural es necesario estar en disposición de conocer la dirección de los rayos solares en un punto concreto de la geografía, y en un momento determinado, para poder calcular la iluminación de un objeto posicionado en dicho lugar de forma que consigamos la imagen del objeto iluminado con una aproximación suficiente a la iluminación real, en dichas condiciones de ubicación, día y hora. Este conocimiento de la dirección de los rayos solares nos hará no sólo saber de antemano la imagen de un objeto sino también las longitudes de las sombras, permitirnos efectos escénicos, conocer obstrucciones solares...

El conocimiento de la dirección de los rayos solares requiere de la utilización de Cartas Solares concebidas a tal efecto, pero para su confección es necesario comprender previamente el movimiento aparente del Sol alrededor de la Tierra.

Como es sabido, la Tierra realiza dos importantes movimientos a la vez:² el de traslación, que se produce a lo largo de un recorrido elíptico en uno de cuyos focos se encuentra el Sol, y el de rotación alrededor de sí misma. Dado que los períodos de ambos no son un múltiplo exacto se toma como año oficial el de 365 días, ligeramente diferente así al solar. Por eso cada cierto tiempo es necesaria una corrección y aparecen los años bisiestos.

¹ VITRUBIO: *Los diez libros de arquitectura*. Barcelona, Imprenta Juvenil, 1985, p.243

² No se tiene en cuenta el desplazamiento del conjunto del sistema solar, ya que no afecta al estudio que se realiza

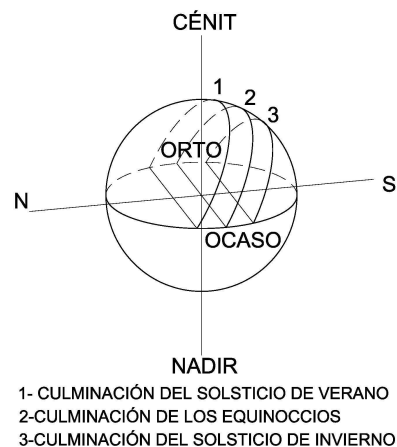
Esta trayectoria de traslación, que se produce en un plano diferente al ecuatorial terrestre, se denomina “eclíptica”. Como puntos singulares de dicha trayectoria tenemos las posiciones extremas que se corresponden con los solsticios. En el de verano el alargamiento es máximo y en el de invierno es mínimo. Hay otras dos posiciones que se corresponden con los equinoccios de primavera y de otoño.

El ángulo que forman los planos de la Eclíptica y el del Ecuador terrestre puede considerarse constante, y, en la actualidad, es aproximadamente $23^{\circ}27'$. Esta es la causa de que, para un punto del hemisferio Norte, la duración del día sea máxima en el solsticio de verano, mínima en el de Invierno, e igual a la de la noche en los equinoccios. Aunque puede resultar confuso también se denomina Eclíptica a la trayectoria del movimiento aparente del Sol.

Cada mañana el Sol aparece en un punto del horizonte (orto), se irá elevando hasta llegar a su culminación a las 12 del mediodía (hora solar) y volverá a bajar hasta desaparecer por un punto simétrico al primero con respecto a la meridiana (ocaso). Esto se repite todos los días del año, variando ortos, ocasos y culminaciones según la época como se indica en la imagen.

En el estudio del movimiento aparente del Sol alrededor de la Tierra se tiene en cuenta una serie de simplificaciones que suponen un error despreciable en el resultado final, pero que sin embargo facilitan enormemente los cálculos geométricos. Estas simplificaciones se reducen en su conjunto a la suposición de que:

- En el movimiento aparente del Sol alrededor de la Tierra, éste se mueve a velocidad constante en la superficie de la bóveda celeste³, describiendo paralelos cada 24 horas.
- Dada la pequeñez del radio terrestre en relación al de la bóveda celeste podemos sustituir el plano del horizonte por otro paralelo al anterior



³ Bóveda celeste: esfera teórica de centro en el centro de la Tierra en cuya superficie se suponen situados los astros

pasando por el centro de la Tierra. Esto conduce a que la bóveda celeste cuente con una mitad visible y otra mitad no visible desde cualquier punto de la superficie terrestre. Los momentos en que el Sol en su recorrido se encuentra en la parte visible de la bóveda corresponden a horas de luz (día) y cuando se encuentra en la parte no visible corresponden a horas de oscuridad (noche).

- La tercera simplificación que se ha de tener en cuenta es que las trayectorias del Sol se observan como arcos de circunferencia por encima del horizonte.

En lo referente al soleamiento en un punto de coordenadas geográficas (latitud y longitud) concretas hay que mencionar que la coordenada latitud influye directamente en el soleamiento mientras que la longitud es uno de los factores que, junto con otras correcciones, permite relacionar la hora solar con la oficial. Así para una misma latitud el soleamiento será idéntico (azimut y alturas Solares) pero ocurrirá antes o después en nuestro reloj.

Es cierto que existen expresiones matemáticas que permiten obtener las coordenadas solares pero en esta exposición se utilizarán únicamente métodos gráficos.

CARTAS SOLARES

Una vez establecidas las simplificaciones anteriores estamos en situación de calcular la dirección cambiante de los rayos solares. Esta dirección se determina en función de las distintas posiciones del Sol en la superficie de la bóveda celeste, y trazando la dirección de los rayos incidentes en nuestra posición que, como se ha mencionado, se sitúa en el centro de la bóveda.

En función de los elementos que intervengan en la proyección y en la representación de lo descrito se establecen distintos tipos de cartas solares. De una carta solar obtendremos dos coordenadas que nos permitirán fijar una dirección espacial de los rayos solares, correspondiente a un momento concreto, y que se denominan “azimut” y “altura solar”. El **azimut** es el ángulo horizontal definido por la proyección ortogonal de un rayo incidente sobre el plano horizontal situado en el lugar de observación y un punto cardinal que generalmente coincide con la dirección del Sur. La **altura solar** es el ángulo vertical que forman los rayos con el plano Horizontal u Horizonte mencionado anteriormente.

CARTA SOLAR DE FISHER

La carta solar de Fisher es una carta solar que se construye utilizando el Sistema Diédrico⁴ y permite conocer la dirección de los rayos solares en un momento concreto a partir del azimut y la altura solar. Se trata de una carta solar de fácil elaboración, comprensión y utilización, representando gráficamente los elementos y conceptos explicados con anterioridad. Como ya se ha dicho, cada carta solar se calcula para una latitud, coordenada geográfica que interviene directamente en el cálculo del soleamiento, mientras que la longitud sólo influiría si fuese preciso relacionar horas solares y oficiales.

CARTA SOLAR DE FISHER-MATTIONI

La carta solar de Fisher-Mattioni es una carta solar que se basa en la anterior. Tiene el inconveniente de que hay que disponer de las coordenadas solares con antelación y a continuación se representan dichas coordenadas en una carta con una única proyección, utilizando conceptos del sistema de planos acotados⁵. Por este motivo resulta necesaria la utilización de las fórmulas oportunas o la confección con anterioridad de otra carta solar, como la de Fisher, que no tiene requerimientos previos. La ventaja de esta carta no es la elaboración de la Carta en sí misma sino el hecho de que una vez confeccionada se maneja una única proyección.

CARTAS SOLARES CILÍNDRICAS

Las cartas solares cilíndricas se basan en la proyección de la posición del Sol sobre una superficie cilíndrica de revolución. Esta superficie tiene su base en el plano del horizonte localizado en el punto geográfico para el que se realiza la carta. El vértice desde el que se realiza la proyección coincide con el punto geográfico para el que se elabora la carta, es decir, con la posición del observador que se encuentra expuesto a los rayos solares, y por lo tanto se trata de una proyección cónica. Una vez realizadas las proyecciones del Sol sobre la superficie del cilindro se procede al desarrollo del mismo cortándolo por la generatriz norte.

⁴ El Sistema Diédrico es un sistema de representación gráfica basado en la realización de proyecciones ortogonales sobre dos planos de proyección ortogonales entre sí

⁵ El Sistema de planos acotados es un sistema de representación gráfica basado en la realización de una única proyección ortogonal sobre un plano de proyección denominado "plano horizontal", "plano del cuadro" o "plano de referencia"

En el caso de las cartas solares cilíndricas, al igual que en las cartas de Fisher-Mattioni, es necesario conocer con antelación las coordenadas solares de azimut y altura solar, por lo que también habría que realizar con anterioridad una carta solar de Fisher. Otro inconveniente en la elaboración de este tipo de carta solar es que el proceso geométrico empleado en su construcción resulta ser más complicado y más largo en su ejecución. Al igual que la carta anterior, cuenta con la ventaja de que, una vez confeccionada, se maneja una única proyección.

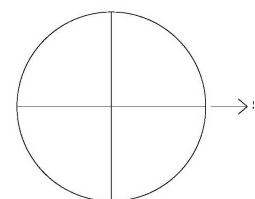
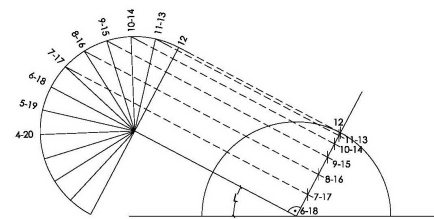
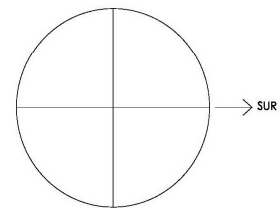
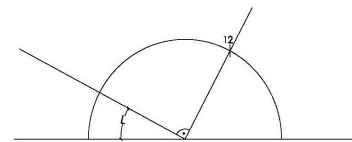
ELABORACIÓN DE UNA CARTA SOLAR DE FISHER

Una carta solar de Fisher no es más que la representación de la bóveda celeste para una latitud concreta.

En una misma carta es posible calcular la dirección de los rayos solares en cualquier momento del año, bien es verdad que en general se representan únicamente aquellos momentos que se están estudiando ya que un exceso de líneas dificultaría la lectura de la carta. Lo más usual es realizar una carta para la latitud y el día del año en que se necesite trabajar y reflejar en la misma el azimut y la altura solar para cada una de las horas enteras.

Cuando la Carta se realiza de forma genérica, para una exposición didáctica, se suelen representar las trayectorias del Sol en los equinoccios y solsticios quedando la representación del azimut y de la altura solar pendiente hasta el momento de su utilización.

El punto de partida para su confección es la representación, en sistema diédrico de la parte visible de la bóveda celeste. Se fija como plano horizontal de proyección el que coincide con el plano del horizonte en el punto geográfico para el que se construye la carta y como plano vertical de proyección el plano perpendicular al anterior y paralelo a la dirección



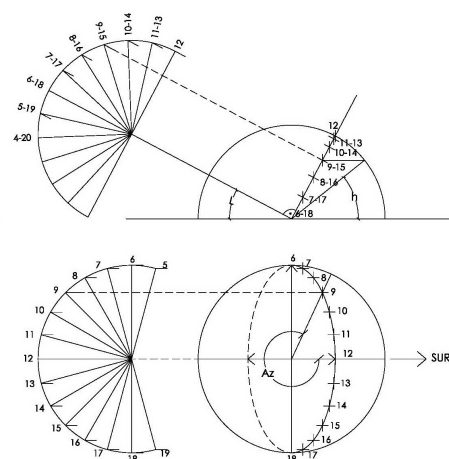
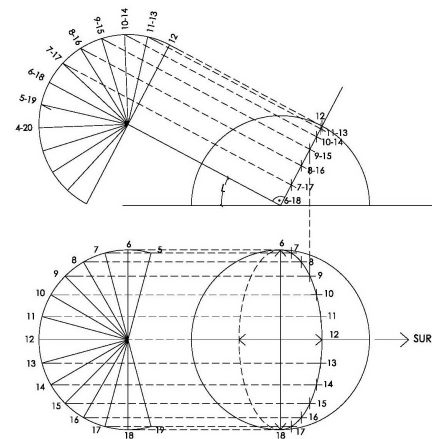
N-S del observador. De este modo quedan fijadas las direcciones de los puntos cardinales en planta, resultando la dirección N-S paralela el plano vertical y por tanto la dirección E-O perpendicular al mismo.

A continuación se sitúa el ángulo que corresponde a la latitud del punto geográfico, pasando por el centro de la bóveda celeste y con el ángulo correspondiente respecto la dirección del norte o del sur, en función del hemisferio en que se sitúe, para el que se va a construir la carta, y las trayectorias del Sol en cada uno de los días del año se producen en planos perpendiculares a dicha línea de la latitud.

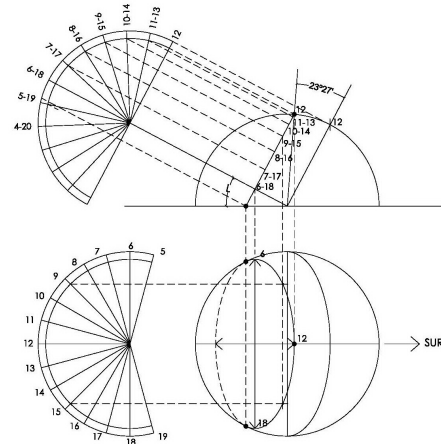
La trayectoria circular del Sol en los equinoccios está en un plano que pasa por el centro de la bóveda, ya que la duración del día y la noche es igual, y en planos paralelos al anterior se sitúan las trayectorias para el resto de los días del año. Dichos planos, que contienen el resto de trayectorias, tienen una separación máxima en el momento que corresponde al solsticio, hacia un lado y correspondiendo con día largo y noche corta en el solsticio de verano y hacia el otro lado correspondiendo con día corto y noche larga en el de invierno.

Por haber escogido el plano vertical de proyección paralelo a la dirección norte-sur, las trayectorias circulares del Sol están contenidas en planos proyectantes, por lo que cada trayectoria solar se proyectará como una línea recta en proyección vertical y como una elipse en la proyección horizontal.

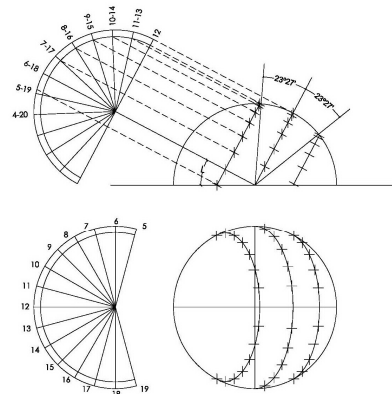
Cada una de las circunferencias (trayectoria para un día) se divide en 24 partes (24 horas), correspondiendo cada hora/parte a 15° . Para hacer estas divisio-



nes de 15° debemos situar la trayectoria del Sol (circunferencia) paralela al plano de proyección, para lo que es necesario realizar un abatimiento de dicha trayectoria. Se abate la trayectoria del Sol para hacer las 24 divisiones que corresponden a las 24 horas del día y localizar en la trayectoria las distintas posiciones del Sol a las horas enteras (construcción realizada en alzado). Se establece la proyección horizontal de la trayectoria y se utiliza igualmente el abatimiento para la localización de las posiciones del Sol a horas enteras (construcción realizada en planta). Se calculan los ángulos que determinan la posición del Sol en una hora concreta (en el ejemplo a las 9:00 h.). Estos ángulos son el azimut (Az), ángulo horizontal medido desde sur (en planta) y la altura solar, ángulo vertical (h), en alzado.



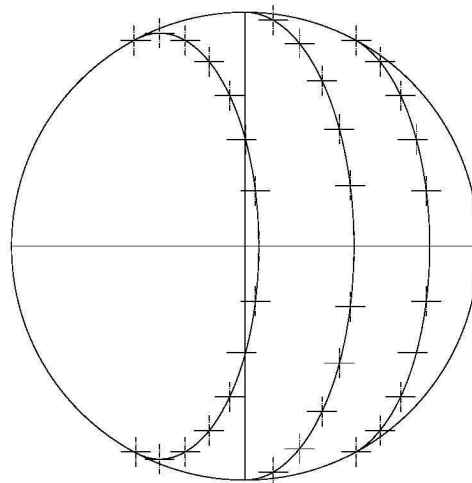
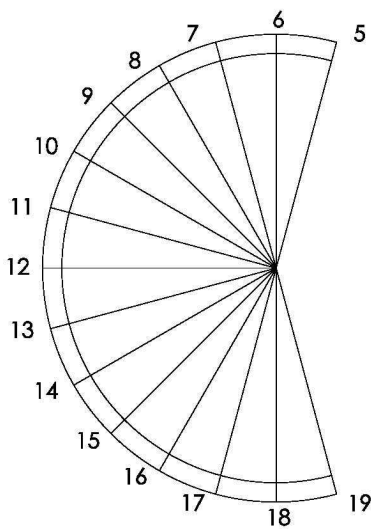
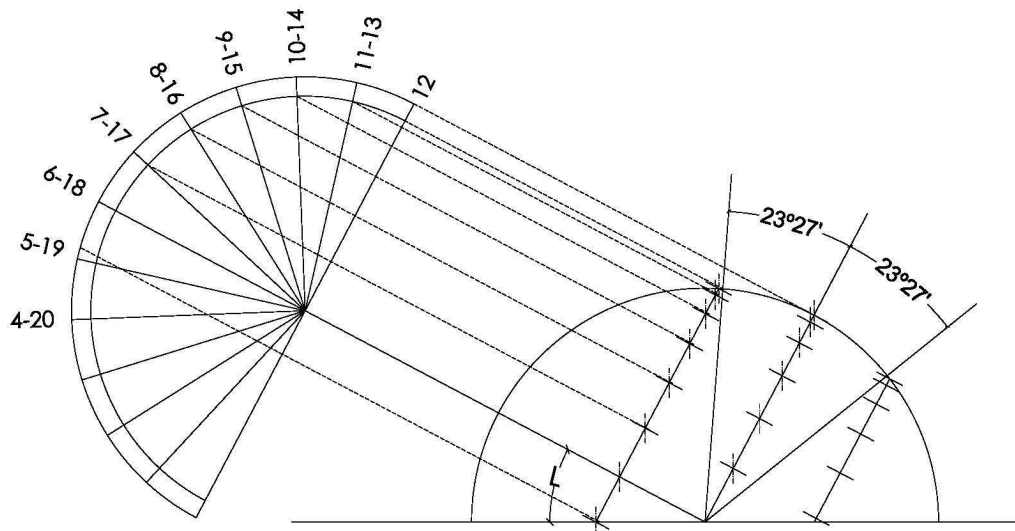
De la misma manera se pueden calcular las alturas solares y los azimut de las horas enteras de cualquier día del año. En este caso, con una declinación de $23,45^\circ$ se localiza la posición del Sol a las 12 en el solsticio de verano. Esta posición del Sol a las 12 sitúa la trayectoria, en un plano paralelo al del solsticio. Una vez conocida la trayectoria en el solsticio de verano se procede igual que en el caso anterior: se abate la trayectoria, se divide en 24 partes y se localizan sobre la trayectoria las horas enteras, así como la hora de salida y de puesta del Sol. La altura solar y el Azimut para cada hora se calculan del mismo modo que en el paso anterior. Análogamente se realiza la construcción para el solsticio de invierno.



Como se ha mencionado, la trayectoria central corresponde con los equinoccios y las extremas con una declinación máxima $\delta = \pm 23^\circ 27'$ ($\pm 23.45^\circ$) con los solsticios. Para localizar la trayectoria solar en cualquier otro día del año dividiremos en partes proporcionales el ángulo, sabiendo que dicho ángulo corresponde a 3 meses, es decir $\frac{1}{4}$ del año.

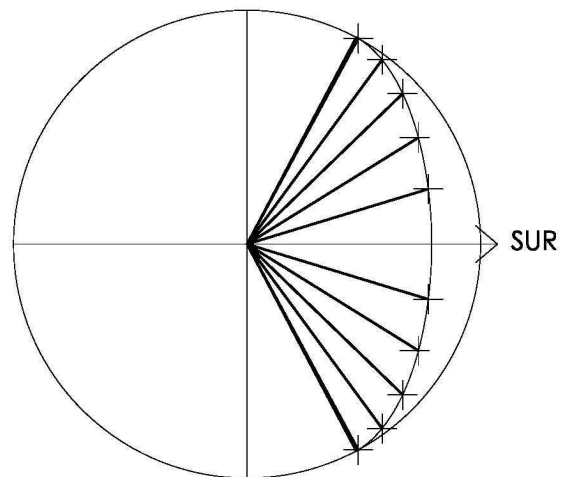
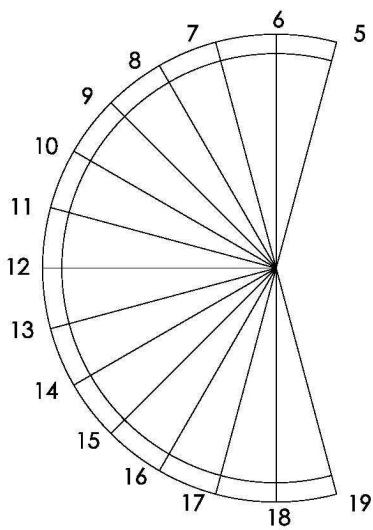
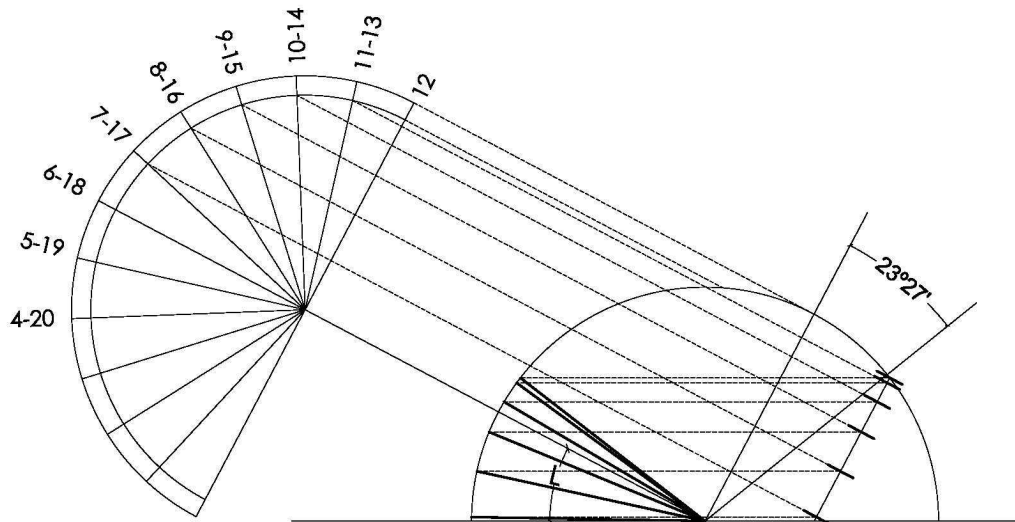
Carta Solar de Fisher para una Latitud Geográfica genérica L.

En la carta se reflejan las trayectorias solares para solsticios y equinoccios.



Carta solar de Fisher para una latitud geográfica genérica L.

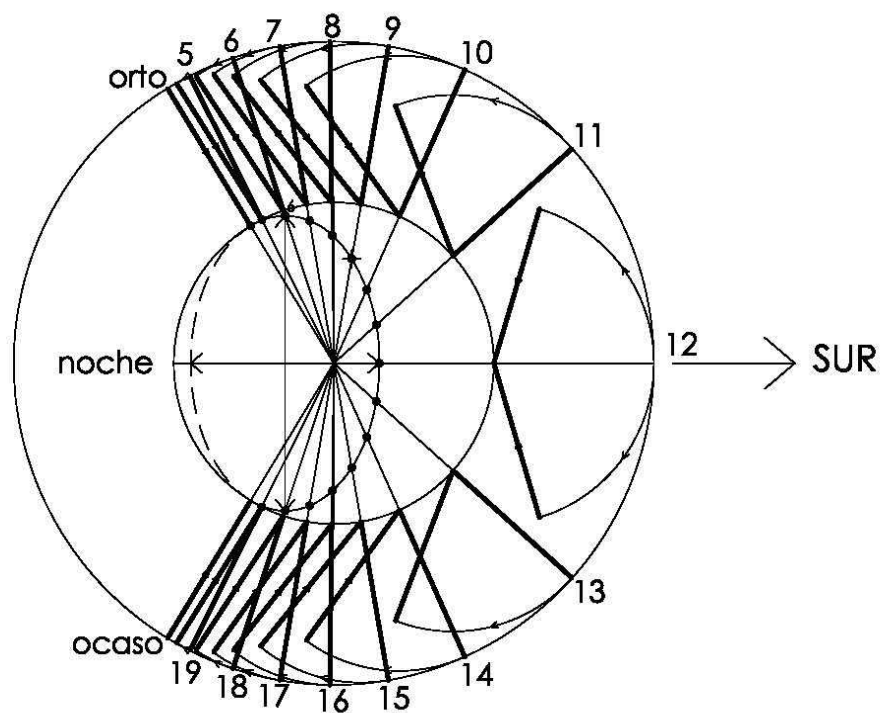
En la carta se reflejan las alturas solares y azimut para las horas enteras en el solsticio de invierno.



ELABORACIÓN DE UNA CARTA SOLAR DE FISHER-MATTIONI

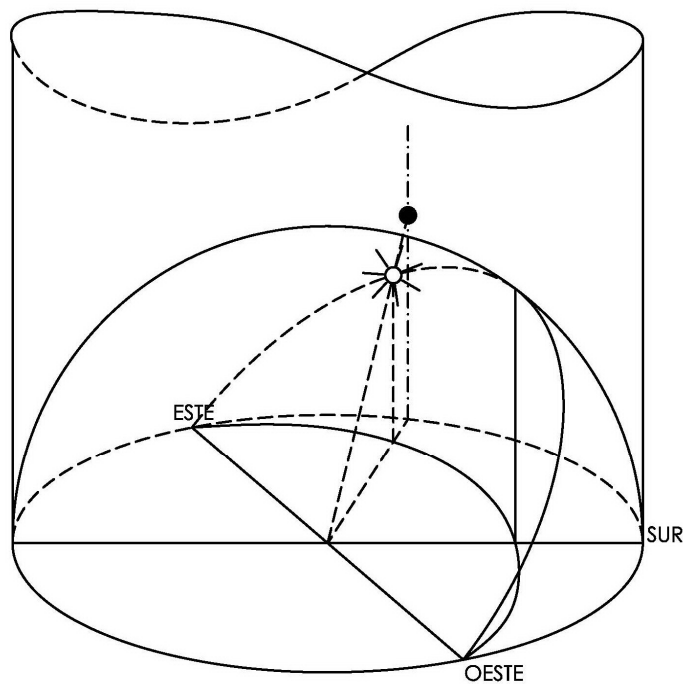
Para la elaboración de una carta de Fisher-Mattioni hay que partir del dato de las alturas solares y los azimut, para lo que se elaborará previamente una carta solar de Fisher. Una vez conocidos alturas solares y azimut para una latitud y un día concreto del año se procede a su representación en el sistema de planos acotados de forma que en cada hora entera se situará el azimut correspondiente y se abatirá el plano vertical que contiene dicha orientación en planta de forma que en el abatimiento quede representado el ángulo altura solar.

Se muestra a continuación una carta solar de Fisher-Mattioni para una latitud de 40° N y el solsticio de verano.



ELABORACIÓN DE UNA CARTA SOLAR CILÍNDRICA

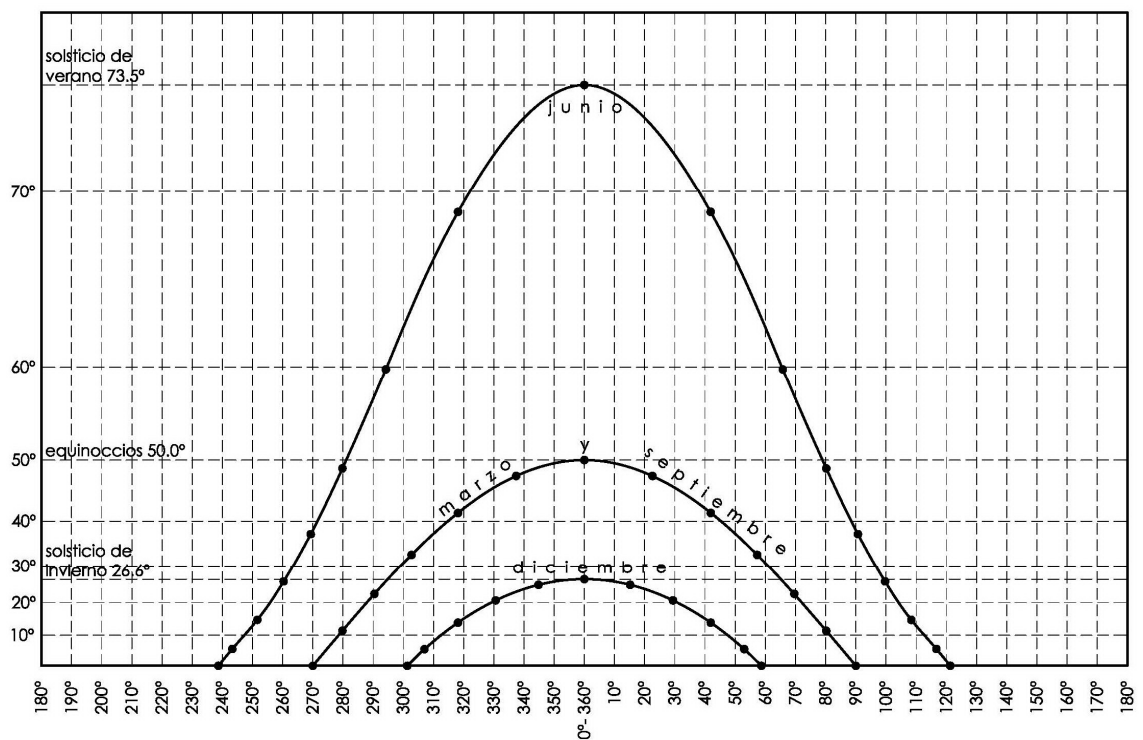
Cuando la carta solar que se pretende elaborar es una carta cilíndrica habrá que proceder, al igual que en el caso anterior, elaborando una carta de Fisher para conocer las alturas solares y los azimut a las horas enteras en un día concreto. Una vez que se conocen dichos ángulos se calcula la intersección de las rectas que contienen el rayo a cada hora entera con el cilindro tangente a la bóveda celeste que va a proporcionar la carta. Se traza la línea que corresponde a la trayectoria en los días señalados (en nuestro caso se han representado los solsticios y equinoccios para una latitud de 40°N) y se desarrolla el cilindro cortando la superficie cilíndrica por la generatriz que se corresponde con el norte.



Carta solar cilíndrica para una latitud geográfica de 40°N.

En la carta se reflejan alturas solares y azimut en los días del año más significativos, es decir: equinoccios y solsticios. No obstante, de forma análoga se puede representar cualquier otro día del año.

Lo más habitual es representar una trayectoria por mes, soliendo tomarse los días 21 de cada mes, y para días intermedios se pueden realizar interpolaciones.



NOTA: Todas las imágenes han sido elaboradas por V. Siegfried.

BIBLIOGRAFÍA

DOMENECHA ROMA, J.: *Cartas Solares. Teoría de sombras y soleamiento*, Alcoy, Luis Llorens Ed., 1999

IZQUIERDO ASENSI, F.: *Geometría Descriptiva*, Madrid, Paraninfo, 2000

PAVANELLO, G. C., y A. TRINCHERO: *Relojes de sol. Historia, funcionamiento, construcción*, De Vecchi, Barcelona, 1998

TANIZAKI, J.: *El elogio de la sombra*, Madrid, Siruela, 2001

VITRUBIO: *Los diez libros de arquitectura*, Barcelona, Imprenta Juvenil, 1985