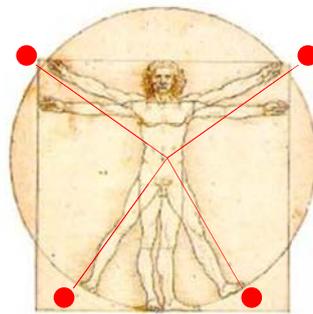


TECNOLOGÍ@ y DESARROLLO

Revista de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente

VOLUMEN XIV. AÑO 2016

SEPARATA



MEDIDA DE ROTACIÓN EN UN CUERPO RÍGIDO MEDIANTE EL USO DE SENSORES ACELERÓMETROS MEMS.

David Asiain Ansoren, Basil M. Al-Hadithi, Francisco Javier Gabiola Ondarra



UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO
Escuela Politécnica Superior
Villanueva de la Cañada (Madrid)

© Del texto: David Asiain Ansoren, Basil M. Al-Hadithi, Francisco Javier Gabiola Ondarra
Marzo, 2016.

<https://www.uax.es/publicacion/medida-de-rotacion-en-un-cuerpo-rigido-mediante-el-uso-de-sensores-acelerometros.pdf>.

© De la edición: *Revista Tecnológ@ y desarrollo*

Escuela Politécnica Superior.

Universidad Alfonso X el Sabio.

28691, Villanueva de la Cañada (Madrid).

ISSN: 1696-8085

Editor: Javier Morales Pérez – tecnologia@uax.es

No está permitida la reproducción total o parcial de este artículo, ni su almacenamiento o transmisión ya sea electrónico, químico, mecánico, por fotocopia u otros métodos, sin permiso previo por escrito de la revista.

MEDIDA DE ROTACIÓN EN UN CUERPO RÍGIDO MEDIANTE EL USO DE SENSORES ACELERÓMETROS MEMS.

David Asiain Ansoren⁽¹⁾, Basil M. Al-Hadithi^(2,3), Francisco Javier Gabiola Ondarra⁽⁴⁾

- (1) Ingeniero Industrial, Departamento de Electrónica de la Escuela Universitaria Politécnica de la Almunia, Universidad Zaragoza C^a Mayor s/n 50100 La Almunia de D^a Godina, Zaragoza. España. Tlf.: 976600813, email: dasiain@unizar.es
- (2) Dr. Ingeniero Industrial, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada, Escuela Técnica Superior de Ingeniería y Diseño Industrial, Universidad Politécnica de Madrid, email: basil.alhadithi@upm.es
- (3) Grupo de Control Inteligente, Centro de Automática y Robótica (CAR), UPM-CSIC, Tlf: 913366879, C/ J. Gutiérrez Abascal, 2, 28006 Madrid, España.
- (4) Dr. Ingeniero de Telecomunicación, Departamento de Electrónica y Sistemas, Escuela Politécnica Superior, Universidad Alfonso X el Sabio. Avda. De la Universidad nº1, Villanueva de la Cañada, 28691 Madrid. España. Tlf.: 918105035, email: fgabiola@uax.es

RESUMEN: En numerosas aplicaciones como sistemas de navegación, plataformas marítimas, grandes estructuras, etc., se precisa medir velocidad angular. El presente artículo estudia la estimación de la velocidad angular obtenida mediante la utilización de dos acelerómetros tri-axiales con tecnología de Sistemas Microelectromecánicos (Microelectromechanical Systems, MEMS) instalados sobre un cuerpo rígido el cual experimenta un movimiento rotacional. Se ensayan tres hipótesis con diferentes velocidades angulares y distancias entre sí, mediante la utilización de un péndulo para ensayos a impactó (A.Pons, D.Asiain, & F.Quero, 2005) instrumentado con dos sensores MPU9051 (Unidad de procesamiento de movimiento “Motion Processing Unit, MPU”) que integra giroscopios, acelerómetro y magnetómetro, todos ellos de tecnología MEMS y tri-axiales. El algoritmo aquí descrito, implementa dos métodos basados en la aceleración centrípeta y tangencial. Los resultados obtenidos muestran un adecuado grado de precisión para el primer método y se estudian los errores producidos.

PALABRAS CLAVE: Medida rotacional, Tri-axial Acelerómetros MEMS, unidad de medición inercial.

ABSTRACT: *In many applications such as navigation systems, offshore platforms, large structures, etc., it is required to measure angular velocity. This article discusses the estimation of the angular velocity obtained by using two accelerometers tri-axial technology of MEMS (Microelectromechanical Systems) installed on a rigid body which undergoes movement rotational. Three scenarios with different angular velocities and distances from each other are tested. We use a pendulum for instrumented tests struck with two sensors MPU9051 Motion Processing Unit, MPU integrating gyro, accelerometer and magnetometer, all of MEMS technology and tri-axial. The algorithm described here implements two methods based on centripetal and tangential acceleration. The results show an adequate degree of precision for the first method and the errors are studied.*

KEY-WORDS: *Rotational Measurements. Tri-Axis Accelerometers, inertial measurement unit, Installation errors.*

SUMARIO: 1. Introducción 2. Fundamentos teóricos 3. Fuentes de error 4. Sistema de adquisición de datos 5. Descripción del sistema experimental 6. Resultados experimentales 7. Conclusiones 8. Bibliografía.

1 Introducción.-

Son numerosas las aplicaciones que se precisa medir velocidad angular, el presente artículo estudia la estimación de la velocidad angular obtenida mediante la utilización de dos acelerómetros tri-axiales con tecnología de Sistemas Microelectromecánicos (Microelectromechanical Systems, MEMS) instalados sobre un cuerpo rígido el cual experimenta el movimiento rotacional.

Esta tecnología ha avanzado considerablemente en los últimos años y son numerosos los sensores que están disponibles en el mercado a costes muy reducidos (Nakamura, 2005). Anteriormente las características en cuanto al peso y el tamaño de los sensores inerciales impedían la utilización en determinados ámbitos tales como la captura de movimiento humano, dispositivos móviles o industria del entretenimiento. Las recientes mejoras en rendimiento, tamaño y peso de los sensores MEMS han permitido resolver nuevas aplicaciones (Woodman, 2007).

Diferentes algoritmos son aplicados a diversos ámbitos como la estimación de la inclinación a un cuerpo rígido (Trimpe & D'Andrea, 2010), monitorización y seguimiento de articulaciones humanas (Rong Zhu, 2004), estimación de la velocidad angular mediante acelerómetros (Kionix, 2008), etc. Es una pequeña muestra del amplio número de aplicaciones e investigaciones en las cuales este algoritmo puede ser incorporado.

2 Fundamentos teóricos.

En un movimiento circular, la aceleración puede tener una componente tangencial a la circunferencia y otra componente radial y dirigida hacia el centro de la trayectoria. A la primera se le llama aceleración tangencial y a la segunda, aceleración centrípeta.

La aceleración tangencial se manifiesta como un cambio en el módulo de la velocidad tangencial, mientras que la aceleración centrípeta aparece como un cambio en la dirección y sentido de la velocidad. En un movimiento circular uniforme, debido a que el módulo de la velocidad tangencial es constante, solo existe una aceleración que cambia la dirección y el sentido de la velocidad, es decir, la aceleración centrípeta.

El cambio el vector velocidad tangencial apunta hacia el centro de curvatura, al igual que la aceleración centrípeta a_c .

Si consideramos un intervalo de tiempo muy pequeño y considerando las relaciones geométricas de la figura 1 tenemos:

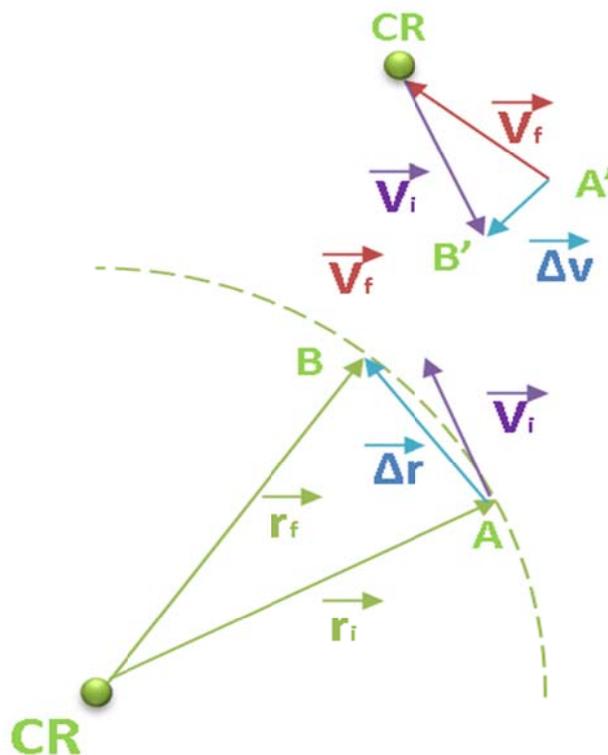


Figura 1: Relaciones geométricas ac.

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r \quad (1)$$

Donde a_c es la aceleración centrípeta (en m/s^2), v es la velocidad lineal (m/s), r es la distancia del punto analizado a CR (en m) y ω^2 es la velocidad angular (rad/s).

Se considera un cuerpo rígido rotando respecto el punto de rotación CR, en el cual se obtendrán las aceleraciones a diferentes radios r_1 y r_2 , (figura 2) siendo d la distancia entre los puntos S1 y S2 o la diferencial de los radios r_1 y r_2 .

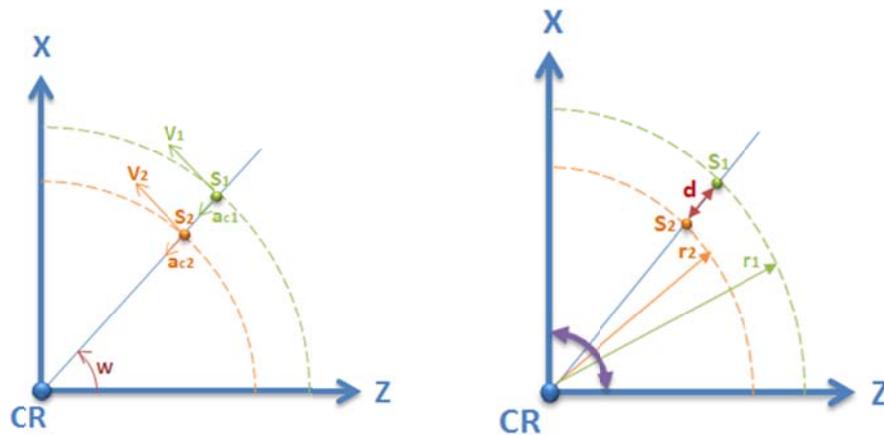


Figura 2: a) distancias respecto el centro de rotación b) Aceleración centrípeta.

Por tanto, la aceleración centrípeta en el punto S1 es

$$a_{x1} = \omega^2 \cdot r_1 \quad (2)$$

y la aceleración centrípeta en el punto S2

$$a_{x2} = \omega^2 \cdot r_2 \quad (3)$$

De las ecuaciones (2) y (3) se obtiene la velocidad angular del cuerpo rígido, haciendo la diferencia entre ellas y despejando velocidad angular ω resulta:

$$a_{x2} - a_{x1} = \omega^2 \cdot (r_2 - r_1) = \omega^2 \cdot d \quad (4)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{|a_{x2} - a_{x1}|}{d}} \quad (5)$$

El signo en cuestión se obtiene de la dirección de las componentes de las aceleraciones Y y Z.

La aceleración tangencial del péndulo (en m/s) es obtenida por la ecuación siguiente:

$$a_{y,z} = \alpha \cdot r \quad (6)$$

Donde α es la aceleración angular (en rad/s^2). Por lo que, la aceleración tangencial en el punto S1 es

$$a_{y1,z1} = \alpha \cdot r_1 \quad (7)$$

y en el punto S2 es

$$a_{y2,z2} = \alpha \cdot r_2 \quad (8)$$

De las ecuaciones (7) y (8) resulta la aceleración angular para los ejes Y y Z mediante la diferencia entre ellas y despejando α como se muestra en las siguientes expresiones:

Eje Z:

$$a_{y2} - a_{y1} = \alpha \cdot (r_2 - r_1) = \alpha \cdot d \quad (9)$$

$$\alpha_z = \frac{(a_{y2} - a_{y1})}{d} \quad (10)$$

Eje Y:

$$a_{z2} - a_{z1} = \alpha \cdot (r_2 - r_1) = \alpha \cdot d \quad (11)$$

$$\alpha_y = \frac{(a_{z2} - a_{z1})}{d} \quad (12)$$

La velocidad angular se puede obtener a partir de la integración de la aceleración angular, por ello, las velocidades de rotación de los ejes Y y Z (ω_y y ω_z), ver figura 3, son calculadas mediante las ecuaciones

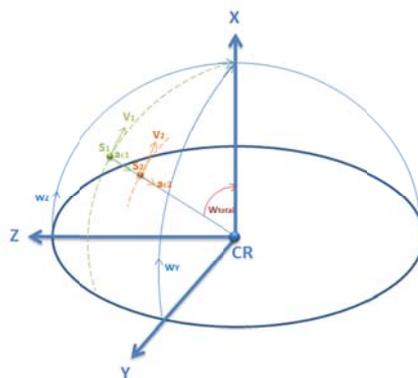


Figura 3: Velocidad angular de los ejes Y y Z del cuerpo rígido recorriendo una semiesfera.

$$\omega_y = \int_0^t \alpha_y \cdot dt \quad (13)$$

$$\omega_z = \int_0^t \alpha_z \cdot dt \quad (14)$$

Sumando vectorialmente las velocidades ω_y y ω_z de las ecuaciones (13) y (14) se obtiene la velocidad de rotación angular total ω_{total} , que deberá ser aproximadamente igual a ω calculada mediante la ecuación (5).

$$\omega_{total} = \sqrt{\omega_y^2 + \omega_z^2} \quad (15)$$

3 Fuentes de error.

Los sensores acelerómetros de tecnología MEMS poseen grandes características como el tamaño, consumo, coste y la capacidad de producción masiva. Sin embargo, debido a la limitación de dicha tecnología, la exactitud de estos sensores inerciales es inferior al de otros dispositivos de navegación y por consiguiente, los datos de salida incluyen gran cantidad de ruido y mayor deriva. Incluso el mismo tipo de dispositivos tiene diferentes factores de desviación y escala. Por esta razón se hace necesario la realización de un adecuado modelado del sensor con la finalidad de reducir los errores y mejorar la precisión (Wei, 2013).

El promedio de la salida del acelerómetro durante un predeterminado tiempo que no tiene relación con la aceleración de entrada o la rotación es llamado Bias. Este fenómeno es debido a la imperfección en la fabricación del dispositivo. Otro fenómeno es el llamado factor de escala, que es la relación de un cambio en la salida respecto la entrada medida. A estos dos fenómenos propios del sensor se deben añadir los errores producidos por la instalación. Estos errores son los de mayor influencia y son causados por la desalineación entre los ejes sensibles de los sensores inerciales y los ejes ortogonales de la envolvente del dispositivo. El modelo del acelerómetro se puede expresar mediante la ecuación

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & s_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & s_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{x0} \\ b_{y0} \\ b_{z0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Donde A_x, A_y, A_z es la salida sin procesar del sensor acelerómetro tri-axial, a_x, a_y, a_z el vector normalizado de la gravedad de la tierra respecto la envolvente del dispositivo. s_{ax}, s_{ay}, s_{az} Son los factores de escala para cada uno de los ejes, b_{x0}, b_{y0}, b_{z0} el Bias o desplazamiento para sus respectivos ejes y por último, la matriz de transformación de coordenadas entre los ejes sensibles de los sensores acelerómetros y los ejes ortogonales de la envolvente del dispositivo $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}$.

$$A = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} S_a = \begin{bmatrix} s_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & s_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & s_{az} \end{bmatrix} M_a = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} b_0 = \begin{bmatrix} b_{x0} \\ b_{y0} \\ b_{z0} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$A = S_a M_a a + b_0 \quad (18)$$

Para realizar la calibración de los sensores inerciales se aplica el método estándar de las seis posiciones. Obteniendo así las matrices S_a, M_a, b_0 para el caso de sensor acelerómetro tri-axial y las matrices S_ω, M_ω, b_0 para el giróscopo tri-axial.

En el caso del acelerómetro, se definen las seis posiciones ideales que se desean obtener, siendo g la gravedad.

$$p_1 = \begin{bmatrix} g \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, p_2 = \begin{bmatrix} -g \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, p_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, p_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, p_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \\ 1 \end{bmatrix}, p_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \\ 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$P = [p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6] = \begin{bmatrix} g & -g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & -g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & -g \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Para cada uno de los puntos se obtiene el valor medio de la salida del sensor,

$$A_{p1} = \begin{bmatrix} A_{1x} \\ A_{1y} \\ A_{1z} \end{bmatrix}, A_{p2} = \begin{bmatrix} A_{2x} \\ A_{2y} \\ A_{2z} \end{bmatrix}, A_{p3} = \begin{bmatrix} A_{3x} \\ A_{3y} \\ A_{3z} \end{bmatrix}, A_{p4} = \begin{bmatrix} A_{4x} \\ A_{4y} \\ A_{4z} \end{bmatrix}, A_{p5} = \begin{bmatrix} A_{5x} \\ A_{5y} \\ A_{5z} \end{bmatrix}, A_{p6} = \begin{bmatrix} A_{6x} \\ A_{6y} \\ A_{6z} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$U = [A_{p1}A_{p2}A_{p3}A_{p4}A_{p5}A_{p6}] = \begin{bmatrix} A_{1x}A_{2x}A_{3x}A_{4x}A_{5x}A_{6x} \\ A_{1y}A_{2y}A_{3y}A_{4y}A_{5y}A_{6y} \\ A_{1z}A_{2z}A_{3z}A_{4z}A_{5z}A_{6z} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Como objetivo se extraen las componentes de la matriz W usando el método de estimación de mínimos cuadrados.

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{ax}a_{11} & s_{ay}a_{12} & s_{az}a_{13} & b_{x0} \\ s_{ax}a_{21} & s_{ay}a_{22} & s_{az}a_{23} & b_{y0} \\ s_{ax}a_{31} & s_{ay}a_{32} & s_{az}a_{33} & b_{z0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (23),$$

$$W = \begin{bmatrix} s_{ax}a_{11} & s_{ay}a_{12} & s_{az}a_{13} & b_{x0} \\ s_{ax}a_{21} & s_{ay}a_{22} & s_{az}a_{23} & b_{y0} \\ s_{ax}a_{31} & s_{ay}a_{32} & s_{az}a_{33} & b_{z0} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$W = \begin{bmatrix} s_{ax}a_{11} & s_{ay}a_{12} & s_{az}a_{13} & b_{x0} \\ s_{ax}a_{21} & s_{ay}a_{22} & s_{az}a_{23} & b_{y0} \\ s_{ax}a_{31} & s_{ay}a_{32} & s_{az}a_{33} & b_{z0} \end{bmatrix} = U \cdot P^T \cdot (P \cdot P^T)^{-1} \quad (25)$$

Por último se comprueba el resultado del procedimiento mediante la expresión,

$$a = V^{-1}A - b_0 \quad (26)$$

$$V = \begin{bmatrix} s_{ax}a_{11} & s_{ay}a_{12} & s_{az}a_{13} \\ s_{ax}a_{21} & s_{ay}a_{22} & s_{az}a_{23} \\ s_{ax}a_{31} & s_{ay}a_{32} & s_{az}a_{33} \end{bmatrix}, \quad b_0 = \begin{bmatrix} b_{x0} \\ b_{y0} \\ b_{z0} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Donde la matriz V y el vector b_0 corresponden a las constantes de calibración del sensor.

4 Sistema de adquisición de datos.

El sistema de adquisición de datos está formado por los siguientes elementos: Shields MPU-9150 como sensor, shields Arduino prototipo para la adaptación y Arduino UNO como procesador.

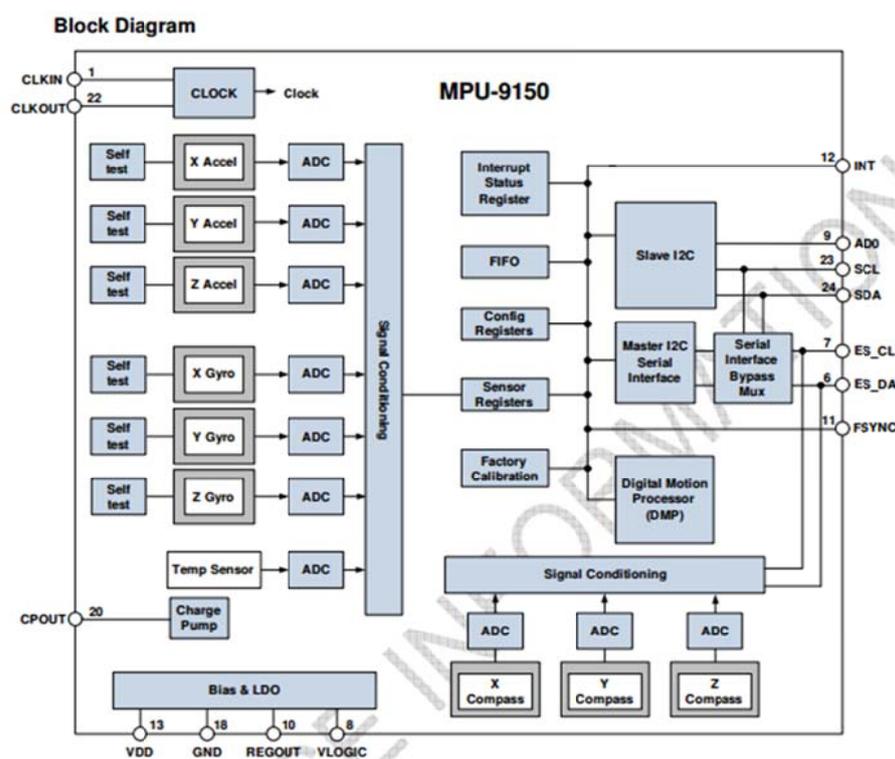


Figura 4: Diagrama de bloques.

El sensor MPU-9150 de la compañía (InvenSense, 2012) es uno de los primeros sensores del mercado que integran nueve grados de libertad. En la figura 4 se muestra el diagrama de bloques en el cual en color gris se identifican los sensores acelerómetros, giroscopios y magnetómetros AK8975 (Kasei, 2010). Adicionalmente dispone de un sensor de temperatura que puede ser utilizado para la compensación de la deriva térmica.

Para cada uno de los sensores se dispone de su respectivo ADC conectado a los bloques de acondicionamiento de señal, dispone de un procesador digital de movimiento

(DMP) que permite computar algoritmos de procesamiento de movimiento a alta frecuencia de muestro del orden de 200Hz. Entre sus aplicaciones más habituales se encuentran:

Teléfonos móviles, tablets, industria de entretenimiento como juegos, sensores portables para salud o deporte, compás electrónico, navegación en peatones y otras en dispositivos de consumo.

Los conversores analógicos digitales ADC de cada uno de los ejes del acelerómetro y del giroscopio tienen 16 bits de resolución, siendo de 13bits para el magnetómetro. El fondo de escala del giroscopio puede ser programado en ± 250 , ± 500 , ± 1000 o ± 2000 $\%$ /s, y el del acelerómetro en ± 2 , ± 4 , ± 8 o ± 16 g, mientras que el del magnetómetro es de $\pm 1200\mu\text{T}$. Dicho chip posee un buffer FIFO de 1024 byte. La comunicación es realizada mediante interface serie I2C y es posible conectar en cascada más sensores y tratarlos con el MPU mediante un I2C auxiliar que posee, esta topología de conexión es la que sigue el magnetómetro internamente. También es posible configurarlo para tener acceso directamente al I2C auxiliar como se observa en la figura 5.

MPU-9150	Arduino UNO	MPU-9150	Arduino UNO
+5V	5V	F_{SYNC}	GND
GND	GND	INT	NC
SCL	A5	ES-CL	NC
SDA	A4	ES-DA	NC
AD0	GND	CLK_{IN}	GND
V_{LOGIC}	3,3V	CLK_{OUT}	NC

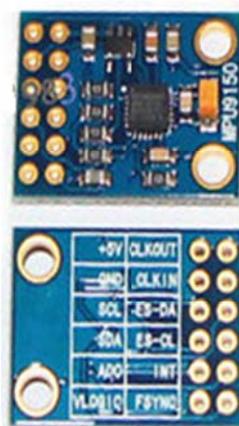


Figura 5: Conexión MPU9150.

El shields MPU9150 consta de un circuito integrado con el mismo nombre (MPU-9150) y de los componentes pasivos condensadores y resistencias recomendados en la información técnica del fabricante. Incorpora adicionalmente un regulador de tensión a 3,3V MIC5219-3.3BM5 cuya entrada está conectada al pin de 5V y la salida a la entrada de VDD, pero no al pin VLOGIC, por lo que habrá que suministrar alimentación de 5V y 3,3V.

Otro aspecto a considerar, es que ya dispone el escudo de resistencias de pull-up en los pines de conexión de I2C, por lo cual la conexión con el Arduino es directa a los pines A5 y A6. Por último, no se conecta ningún dispositivo al I2C auxiliar quedando estos pines libre de conexión. En la figura 5 se especifica la conexión de los pines del módulo.

Se ha desarrollado la implementación software del sistema de adquisición con las herramientas estándar IDE de Arduino. Como punto de partida se verifica la comunicación I2C con el sensor MPU-9150 con un boceto realizado por el usuario (Hübner). Es preciso modificar la dirección del bus I2C, los fondos de escala y frecuencia de muestreo. Se incorpora la librería Timer ONE para crear la base de tiempos para la tarea de adquisición con un periodo de 0.01Seg. En dicha subrutina se implementa la transferencia digital de las variables adquiridas por el sensor al procesador. En el bucle principal mediante la utilización de una bandera de sincronización entre procesos son enviadas las variables por la UART. Dispositivo que se encuentra conectado a un puente serie a USB. Este proceso se repite cada vez que son actualizadas estas variables en la rutina de adquisición. Si el proceso no llega a vaciar el buffer antes de adquirir un nuevo conjunto de variables brutas, el diodo LED del PIN 13 es activado. De esta forma el usuario puede observar si el procesador no tiene capacidad de transferir a la frecuencia de muestreo prefijada. En el diagrama de actividad UML anexo describe la interacción entre procesos.

El formato transmitido por la UART es una cadena en texto plano que contiene un vector de enteros con signo separados por el carácter tabulador y terminado por el carácter retorno de línea. Las variables que conforman la secuencia son los 9 ejes más la temperatura y un contador de trama colocada al inicio.

La velocidad de puerto serie es configurada a 230.400 bits/s con la finalidad de que el sistema de adquisición pueda transferir sin ninguna pérdida de información a la computadora, ajustando así el ancho de banda a la frecuencia de muestreo. El dispositivo se conecta a la computadora mediante una conexión USB, que a su vez crea una conexión virtual de puerto serie.

Como muestra la figura 6, en LabView se procede a abrir una conexión serie y a decodificar la trama. Para hacer uso del puerto serie es necesario instalar los driver VISA y configurar la conexión serie mediante "VISA Configure Serial Port". Las salidas de recurso y error se conecta el bloque "VISA Read" que extrae la secuencia en modo buffer que es conectado al bloque "Scan From String" que mediante la propiedad "Format String" se define la extracción de las variables.

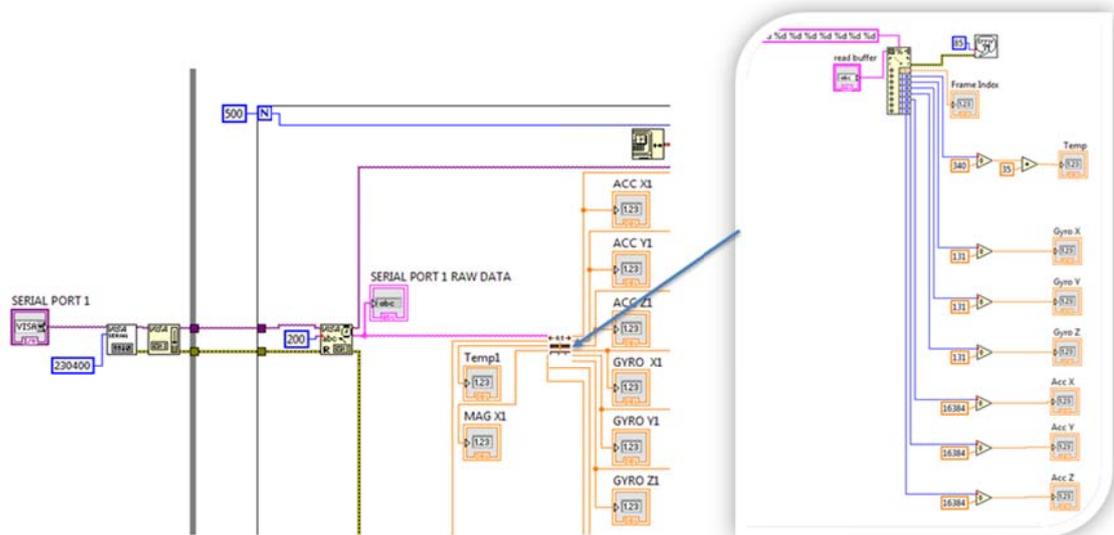


Figura 6: Lectura del puerto serie y decodificación.

Dicho bloque genera tantas conexiones como número de variables dispone la secuencia. Para cada una de las salidas se realiza una calibración lineal con la resolución configurada para el fondo de escala. El resultado se conecta al bloque “Build Waveform” para generar una señal con la información del canal: Nombre, unidades, tiempo de muestreo “dt” y tiempo de inicio.

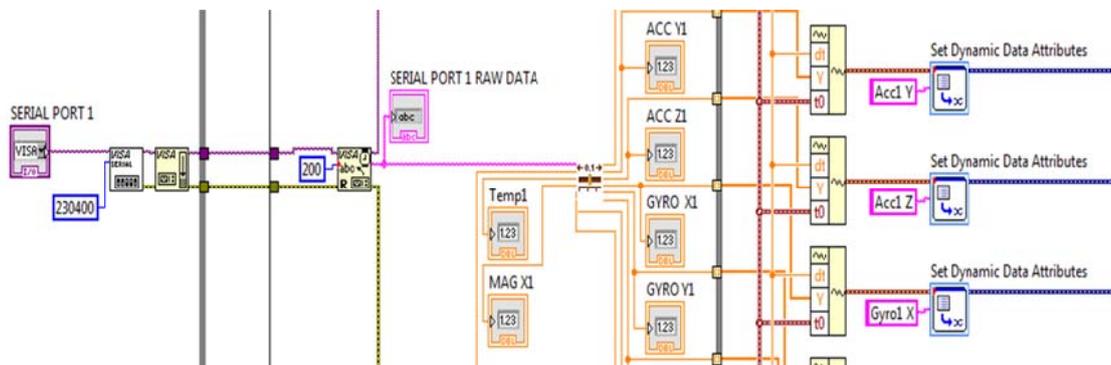


Figura 7: Generación de una señal en LabView.

Tal como muestra la figura 7, el bloque “Build Waveform” se encuentra fuera del bucle “for”, porque el índice del bucle dimensiona el tamaño del vector como la frecuencia de refresco de la aplicación. Por consiguiente, la señal obtenida está normalizada para ser tratada con las librerías de tratamiento de la señal de Labview.

5 Descripción del sistema experimental.

El sistema experimental adapta un péndulo para ensayos a impacto (A.Pons, D.Asian, & F.Quero, 2005) que constan de una bancada sobre la que existe una estructura pórtico soporte del péndulo y un utillaje para fijar el espécimen a ensayar. El dispositivo está controlado a través de un autómata y consta de un brazo de arrastre accionado por un motor reductor actuando sobre el de giro del brazo de arrastre, de tal modo que éste dispone en su extremo de un dispositivo de suelta de masa constituido por un electroimán. También incorpora un potenciómetro SPECTROL 1045-0000 en CR (centro de rotación del péndulo) y un sistema de adquisición NI USB-6008. Como se observa en la figura 8, los sistemas de adquisición de datos formados por el sensor MPU-9150 y Arduino se fijan al brazo de impacto en dos ubicaciones a diferente distancia del centro de rotación pero con la misma alineación, los cuales giran sobre el eje Y.



Figura 8: Detalle de la disposición de los sensores y Arduinos sobre el péndulo.

En las Figuras 9 y 10 muestran con mayor detalle la ubicación y sistema de referencia de coordenadas utilizada.

El ensayo consta de tres hipótesis las cuales varían la distancia relativa a la primera ubicación del dispositivo 1, que se encontrará en la posición más periférica del CR a 1,77m, donde se desplazara el dispositivo 2 respecto al CR para obtener las siguientes distancias relativas: $D1=0,533m$, $D2=0,833m$ y $D3=1,133m$. Para cada una de la

hipótesis se realiza una suelta a tres ángulos diferentes de 15° , 30° y 45° sobre el plano X-Z que provocan tres velocidades máximas diferentes para el movimiento pendular.

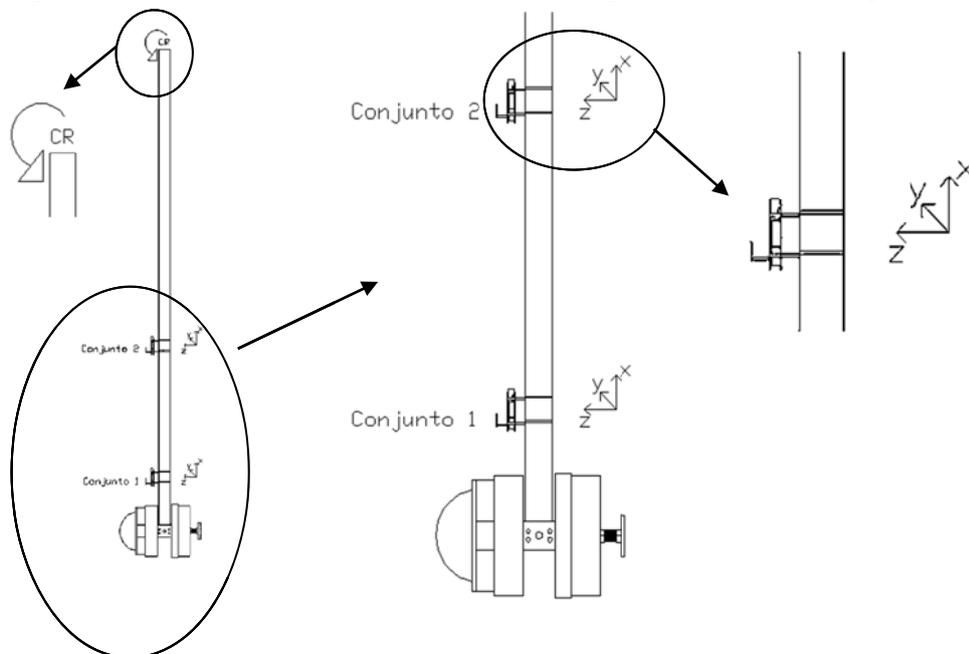


Figura 9: Vista lateral de la disposición de los sensores y Arduinos sobre el péndulo para $D1=0,533m$.

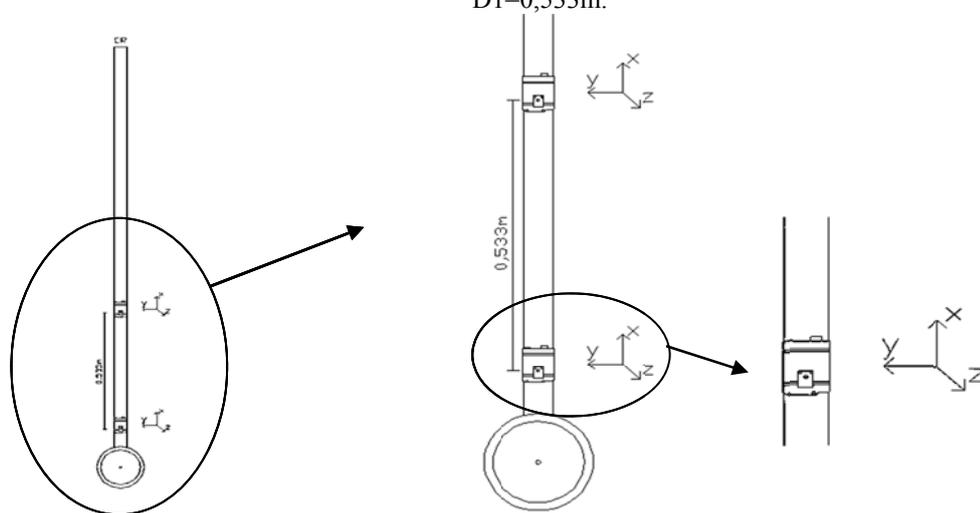


Figura 10: Vista frontal de la disposición de los sensores y Arduinos sobre el péndulo para $D1=0,533m$.

6 Algoritmo para el cálculo de velocidad angular.

El algoritmo para la obtención la velocidad angular, consta en primer lugar en la aplicación de un filtro instrumental para reducir el ruido y aplicar el mismo desfase a ambos acelerómetros. A continuación se realiza la calibración aplicando la expresión (26) y el vector aceleración corregido es aplicado a la ecuación (5). Como resultado se obtiene la velocidad ω a partir de la lectura obtenida por los acelerómetros en el eje X. Como se ha explicado en el apartado anterior no dispone de signo, por lo que se obtiene del signo de las aceleraciones tangenciales en el eje Y y Z. Simultáneamente se calcula mediante la expresión (15) el módulo de la velocidad angular para compararla con el resultado de la ecuación (5). Para tiempos inferiores a un segundo el error acumulado por la integral es aceptable, tanto filtrada o sin filtrar, pero superado ese intervalo el error no es aceptable (figura 11).

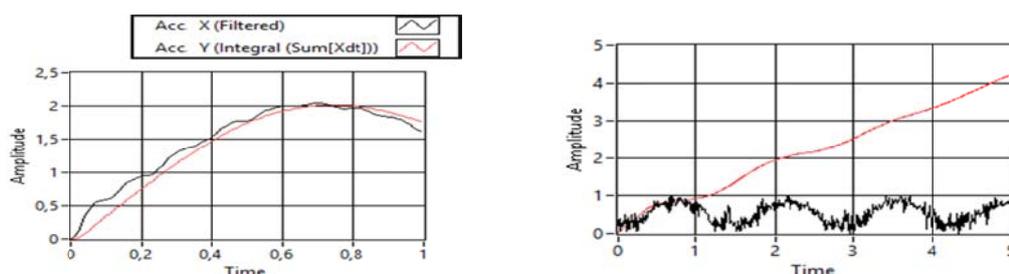


Figura 11: Resultado comparativo con diferentes algoritmos.

En la figura 12 se observa una comparación entre diferentes sensores midiendo la misma variable velocidad angular de péndulo. La señal “Gyro 3 diff X” es la seña obtenida por el algoritmo basada en la expresión (5). Las señales ”Gyro 1 y 2 Y” son las correspondientes a la componente Y de los giroscopios del MPU-9150. Y por último el canal “Voltaje Derivada” corresponde a la derivada de la posición del brazo del péndulo. Obtenida a través del potenciómetro alojado en el CR.

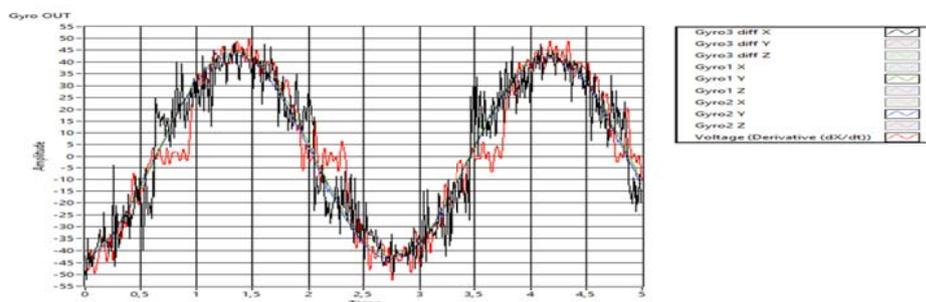


Figura 12: Resultado comparativo con la derivada del sensor potenciómetro de ángulo.

7 Calibración.

Para compensar los errores de montaje respecto el sistema de referencia y errores propios del sensor, es necesario realizar una calibración del sistema completo. Para la realización de la calibración se tomarán cinco puntos del plano X-Z: 45°, 30°, 0°, -30° y -45°. A partir de estas posiciones se generan las matrices A (matriz real obtenida por una media de 500 muestras por los acelerómetros para cada de una de las posiciones presentadas) y U (matriz ideal de las posiciones representadas por los ángulos utilizados para la calibración), donde los valores de las columnas representan los valores obtenidos en estos ángulos respectivamente.

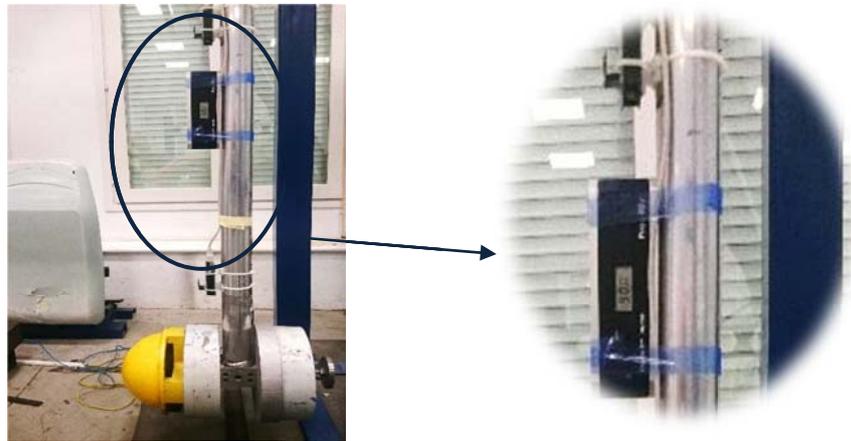


Figura 13: Posición cero del péndulo (vertical).

Para la obtención de los ángulos de calibración citados se utilizó un nivel electrónico debidamente calibrado en una mesa adecuada de coordenadas y sujetó firmante sobre el péndulo de forma que este formaba 90° respecto el plano de gravedad cuando el péndulo se encontraba parado como se observa en la figura 13. A esta posición inicial del péndulo se denominará posición cero, es decir, 0° y desde ella se tomarán las demás.

La matriz corrección está dada por:

$$A = S_a \cdot C_b^m \cdot a + a_0 \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & s_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & s_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{x0} \\ b_{y0} \\ b_{z0} \end{bmatrix} \quad (29) \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{ax}a_{11} & s_{ay}a_{12} & s_{az}a_{13} & b_{x0} \\ s_{ax}a_{21} & s_{ay}a_{22} & s_{az}a_{23} & b_{y0} \\ s_{ax}a_{31} & s_{ay}a_{32} & s_{az}a_{33} & b_{z0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (30), \quad M = \begin{bmatrix} s_{ax}a_{11} & s_{ay}a_{12} & s_{az}a_{13} & b_{x0} \\ s_{ax}a_{21} & s_{ay}a_{22} & s_{az}a_{23} & b_{y0} \\ s_{ax}a_{31} & s_{ay}a_{32} & s_{az}a_{33} & b_{z0} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Dónde:

M: matriz corrección.

A: vector del acelerómetro corregido.

a: vector del acelerómetro.

S_a: factor de escala del acelerómetro tri-axial.

C_p^m: matriz de transformación relativa a la posición del sensor, es decir, a los errores de instalación.

b₀: vector error de cero del acelerómetro.

Para obtenerla, se resuelve en LabVIEW la siguiente expresión:

$$M = U \cdot A^T \cdot (A \cdot A^T)^{-1} \quad (32)$$

Dónde:

U: matriz ideal de las posiciones representadas por los ángulos utilizados para la calibración con un orden de precisión de ocho decimales.

$$U = \begin{bmatrix} 45^\circ & 30^\circ & 0^\circ & -30^\circ & -45^\circ \\ 0,70710700 & 0,86602500 & 1,00000000 & 0,86602500 & 0,70710700 \\ 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 \\ 0,70710700 & 0,50000000 & 0,00000000 & -0,50000000 & -0,70710700 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{matrix}$$

A: matriz real obtenida por una media de 500 muestras por los acelerómetros para cada de una de las posiciones presentadas, con un orden de precisión de ocho decimales.

La matriz resultante de calibración para el **dispositivo 1 en la posición D1=0,533m** se obtiene:

$$A_{1D1} = \begin{matrix} & 45^\circ & 30^\circ & 0^\circ & -30^\circ & -45^\circ & \\ \begin{bmatrix} 0,71142600 & 0,86218300 & 0,99194300 & 0,85278300 & 0,69335900 \\ 0,03833010 & 0,03247070 & 0,01196290 & -0,01171870 & -0,02319340 \\ 0,69201700 & 0,48681600 & -0,01904300 & -0,52148400 & -0,72656200 \\ 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 \end{bmatrix} & \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

Con las matrices anteriores se obtiene la matriz M_{1D1} o matriz de corrección expresada a continuación:

$$M_{1D1} = \begin{bmatrix} 0,92608200 & 5,51063000 & -0,25057200 & 0,01053800 \\ 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 \\ 0,07856470 & -4,61182000 & 1,19500000 & 0,00062301 \end{bmatrix}_{1D1}$$

Se realiza el mismo proceso con el **dispositivo 2 en la posición D1=0,533m**, obteniendo para este los valores siguientes:

$$A_{2D1} = \begin{matrix} & 45^\circ & 30^\circ & 0^\circ & -30^\circ & -45^\circ & \\ \begin{bmatrix} 0,70141600 & 0,85815400 & 0,99389600 & 0,85961900 & 0,70043900 \\ 0,02612300 & 0,02282710 & 0,01196290 & -0,00268555 & -0,00976562 \\ 0,67968700 & 0,47424300 & -0,02758790 & -0,53344700 & -0,74096700 \\ 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 \end{bmatrix} & \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$M_{2D1} = \begin{bmatrix} 1,05108000 & -4,01611000 & 0,10156100 & 0,00645779 \\ 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 \\ 0,09072120 & -8,02913000 & 1,19741000 & 0,03864520 \end{bmatrix}_{2D1}$$

Mediante la expresión (23) aplicamos la calibración multiplicando la matriz de corrección por los valores instantáneos obteniendo así el vector de aceleración corregido.

$$A = M \cdot a \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ax} \cdot a_{11} & S_{ax} \cdot a_{12} & S_{ax} \cdot a_{13} & a_{x0} \\ S_{ay} \cdot a_{21} & S_{ay} \cdot a_{22} & S_{ay} \cdot a_{23} & a_{y0} \\ S_{az} \cdot a_{31} & S_{az} \cdot a_{32} & S_{az} \cdot a_{33} & a_{z0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Dónde:

A: vector del acelerómetro corregido.

a: vector del acelerómetro.

M: matriz corrección.

El proceso de calibración se repite para las diferentes hipótesis que varían la distancia entre los sensores de D2=0,833m y D3=1,133m. Las matrices de corrección para estas nuevas ubicaciones fueron:

D2=0,833m:

$$A_{1D2} = \begin{matrix} & 45^\circ & 30^\circ & 0^\circ & -30^\circ & -45^\circ & \\ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,69287100 & 0,85168500 & 0,99096700 & 0,86438000 & 0,70922900 \\ 0,04809570 & 0,03466800 & 0,00219727 & -0,03002930 & -0,04565430 \\ 0,70886200 & 0,50415000 & 0,00500488 & -0,49707000 & -0,70800800 \\ 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$M_{1D2} = \begin{bmatrix} 1,01154000 & -0,36591000 & 0,03608320 & -0,00146935 \\ 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 \\ -0,01464180 & -0,63283200 & 1,03972000 & 0,01051670 \end{bmatrix}_{1D2}$$

$$A_{2D2} = \begin{matrix} & 45^\circ & 30^\circ & 0^\circ & -30^\circ & -45^\circ & \\ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,70678700 & 0,86230500 & 0,99023400 & 0,84887700 & 0,68725600 \\ -0,00256348 & -0,00756836 & -0,01708980 & -0,01928710 & -0,02026370 \\ 0,67602500 & 0,46508800 & -0,03881840 & -0,54126000 & -0,74609400 \\ 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$M_{2D2} = \begin{bmatrix} 1,00533000 & 0,33400500 & -0,01774380 & 0,00960237 \\ 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 \\ 0,03074480 & 0,93311400 & 0,98240900 & 0,02363920 \end{bmatrix}_{2D2}$$

D3=1,133m:

$$A_{1D3} = \begin{matrix} & 45^\circ & 30^\circ & 0^\circ & -30^\circ & -45^\circ & \\ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,69238300 & 0,85131800 & 0,99072300 & 0,86450200 & 0,71093700 \\ 0,04858400 & 0,03613280 & 0,00219727 & -0,02856450 & -0,04443360 \\ 0,70837400 & 0,50439500 & 0,00585937 & -0,49560500 & -0,70581100 \\ 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$M_{1D3} = \begin{bmatrix} 1,01333000 & 0,31719500 & -0,00743293 & -0,00453589 \\ 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 \\ -0,01614360 & -0,34904800 & 1,02263000 & 0,01072070 \end{bmatrix}_{1D3}$$

$$A_{2D3} = \begin{matrix} & 45^\circ & 30^\circ & 0^\circ & -30^\circ & -45^\circ & \\ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,69677700 & 0,85522500 & 0,98950200 & 0,85424800 & 0,69628900 \\ 0,00683594 & -0,00341797 & -0,02221680 & -0,03271480 & -0,03637700 \\ 0,68566900 & 0,47778300 & -0,02368160 & -0,52746600 & -0,73449700 \\ 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 & 1,00000000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$M_{2D3} = \begin{bmatrix} 1,01959000 & 0,77016500 & -0,02366880 & 0,00777413 \\ 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 & 0,00000000 \\ 0,02215200 & 0,96206200 & 0,96659100 & 0,02240390 \end{bmatrix}_{2D3}$$

8 Resultados experimentales.

Para la obtención de los resultados se ha realizado un post procesado para la sincronización de fase de la fuente de datos de ambos sensores. Esta corrección es necesaria puesto que los sistemas de adquisición no disponen de sincronización hardware. Lo ficheros procesados son de 1000 muestras para cada una de las hipótesis que suponen una duración de 10 segundos a 100hz de frecuencia de muestreo. Posteriormente se ha filtrado mediante un filtro software Bessel de frecuencia de corte de 10Hz y se procesa para la obtención de la velocidad angular. Referente a dicha velocidad angular se obtiene el error absoluto y relativo respecto la señal obtenida de los giroscopios. En los anexos se muestran todos los resultados para cada una de las hipótesis. Como se observa en la tabla 1, se representa el error a la velocidad máxima y a velocidad mínima para diferentes ángulos de lanzamientos y distancias.

Comparación error frente a diferentes distancias. D1, D2 y D3 y ángulos de suelta 15°, 30° y 45°.

		ERROR ABSOLUTO		ERROR RELELATIVO	
		VEL. MÍN.	VEL. MÁX.	VEL. MÍN.	VEL. MÁX.
D1=0,533 m	15°	2,540	0,380	6,240%	0,010%
	30°	2,410	0,420	3,270%	0,006%
	45°	2,200	0,400	2,910%	0,002%
D2=0,833 m	15°	1,830	0,230	1,620%	0,005%
	30°	1,620	0,220	1,380%	0,003%
	45°	2,380	0,140	0,560%	0,002%
D3=1,133 m	15°	1,430	0,180	0,970%	0,004%
	30°	1,010	0,156	0,820%	0,003%
	45°	0,920	0,102	0,610%	0,001%

Tabla 1: Error absoluto y relativo en los puntos de velocidad máxima y mínima.

Donde:

VEL. MÍN: velocidad mínima, cuando el brazo alcanza el mayor ángulo.

VEL. MÁX: velocidad máxima, cuando pasa el brazo por la posición de cero.

9 Conclusiones

Los resultados logrados en este artículo determinan que se pueden utilizar dos sensores tri-axial acelerómetros para calcular de forma indirecta la velocidad angular de un cuerpo rígido. Este método obtiene mejores resultados conforme las aceleraciones angulares o movimiento angular del cuerpo son elevadas. Si la aplicación tiene un movimiento rotacional que pasa por cero entonces el segundo método de integración puede ser también aceptable para intervalos de tiempo pequeños.

Conforme la velocidad angular es menor, los efectos del desalineamiento entre sensores o pequeñas derivas o errores entre ellos hacen que aumente considerablemente el error.

Igual que si se tratara de un giróscopo no es necesario conocer el radio respecto al centro de rotación si no que únicamente es necesaria la distancia entre ellos. Esto lo hace útil para aplicaciones en el que el elemento rígido sea de gran envergadura o no se conozca el centro de rotación.

El algoritmo procesa la medida de forma diferencial en ambos métodos, esto hace que el Bias de ambos sensores se compense.

En el caso del primer método, el signo se puede obtener de la aceleración diferencial de los ejes z e y.

En ambos métodos es necesario incluir una puerta de cero a un determinado umbral con la problemática que genera una zona muerta cercana al cero.

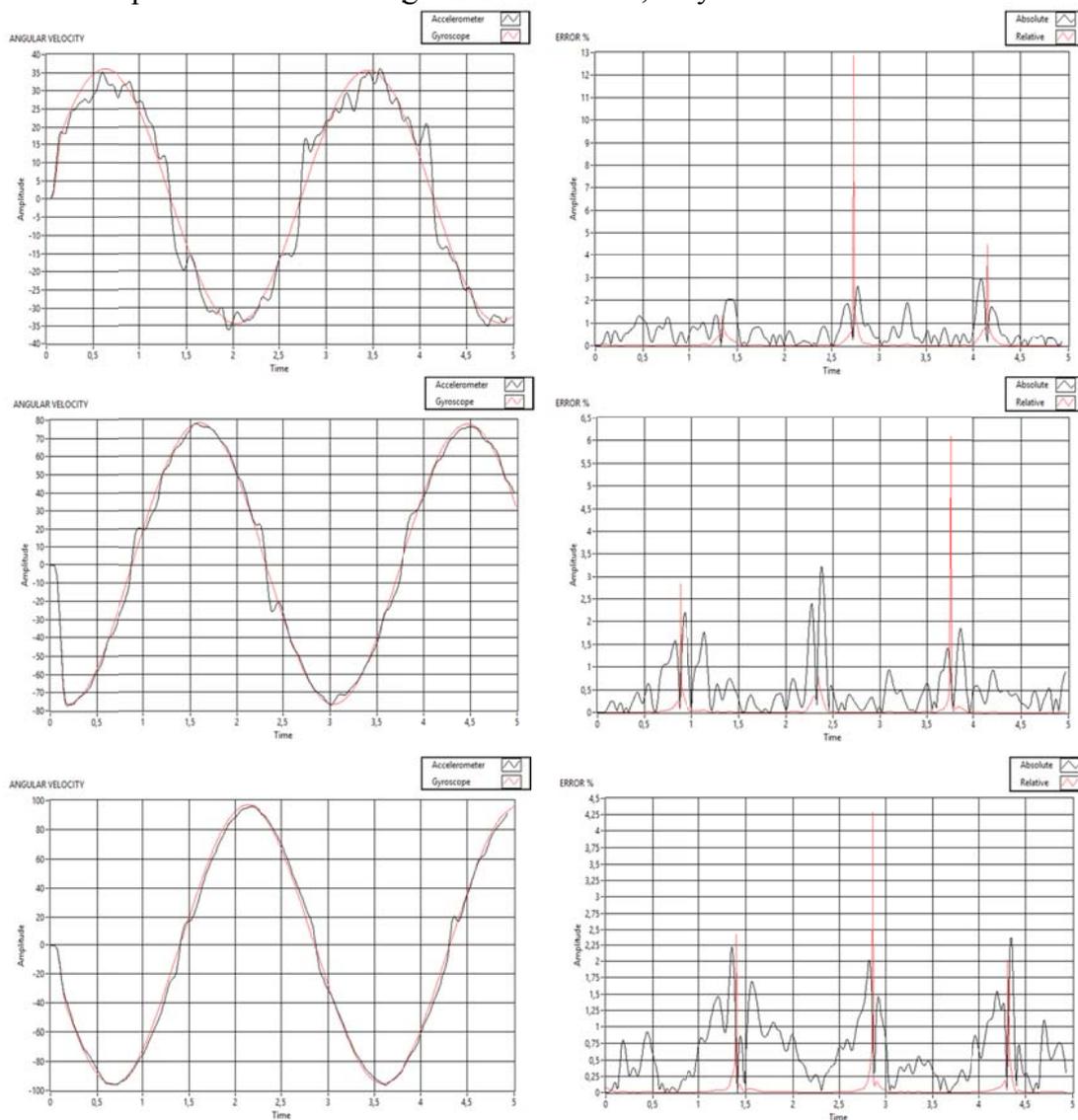
Estos métodos pueden ser aplicados a determinados sistemas en los que se adecuen bien los rangos y limitaciones concluidas con anterioridad. Cabe destacar que aunque la capacidad de proceso es baja en el caso del primer método es necesario sincronizar las señales con el mínimo desfase.

10 Bibliografía.

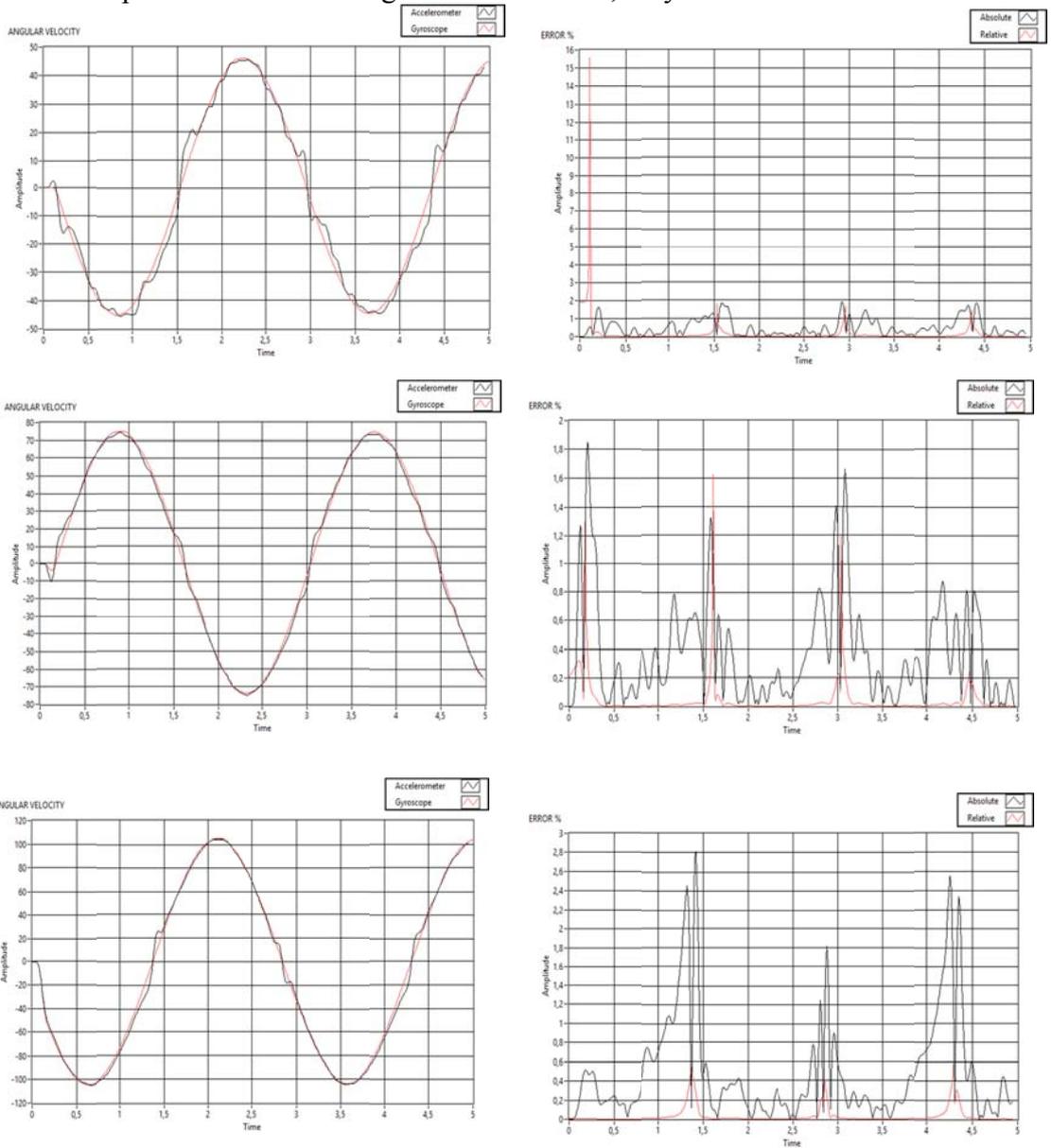
- A.Pons, D.Asiain, & F.Quero. (2005). *Patente n° 200502074*. ESPAÑA.
- Hübner, T. (s.f.). *Arduino*. Recuperado el 10 de 7 de 2015, de MPU-9150 Accelerometer + Gyro + Magnetometer (compass): <http://playground.arduino.cc/Main/MPU-9150>
- InvenSense. (2012, 5 14). *MPU-9150 Product Specification*. Retrieved 6 18, 2015, from www.invensense.com
- Kasei, A. (2010, 10 20). *AK8975 3-axis electronic compass IC*. Retrieved 7 7, 2015, from <http://www.akm.com/akm/en/file/datasheet/AK8975.pdf>
- Kionix. (2008). *Using Two Tri-Axis Accelerometers for Rotational Measurements*. Retrieved 7 7, 2015, from www.kionix.com
- Nakamura. (2005). MEMS inertial sensor toward higher accuracy & multi-axis sensing. *Sensors, IEEE*, 939-942.
- Rong Zhu, Z. Z. (2004). A Real-Time Articulated Human Motion Tracking Using Tri-Axis Inertial/Magnetic Sensors Package. *IEEE TRANSACTIONS ON NEURAL SYSTEMS AND REHABILITATION ENGINEERING*, 295-302.
- Trimpe, S., & D'Andrea, R. (2010). Accelerometer-based Tilt Estimation of a Rigid Body. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2630-2638.
- Wei, R. (2013). A Research on Calibration of Low-Precision MEMS Inertial Sensors. *Chinese Control and Decision Conference*, 3243-3247.
- Woodman, O. J. (2007). *An introduction to inertial navigation*. United Kingdom: Technical reports published by the University of Cambridge.

11 Anexos.

Resultados experimentales hipótesis $D1=0.533m$, velocidad angular y error para los diferentes ángulos de suelta $15^\circ, 30^\circ$ y 45° .



Resultados experimentales hipótesis $D2=0.833m$, velocidad angular y error para los diferentes ángulos de suelta $15^\circ, 30^\circ$ y 45° .



Resultados experimentales hipótesis distancia $D3=1.133\text{m}$, velocidad angular y error para los diferentes ángulos de suelta $15^\circ, 30^\circ$ y 45° .

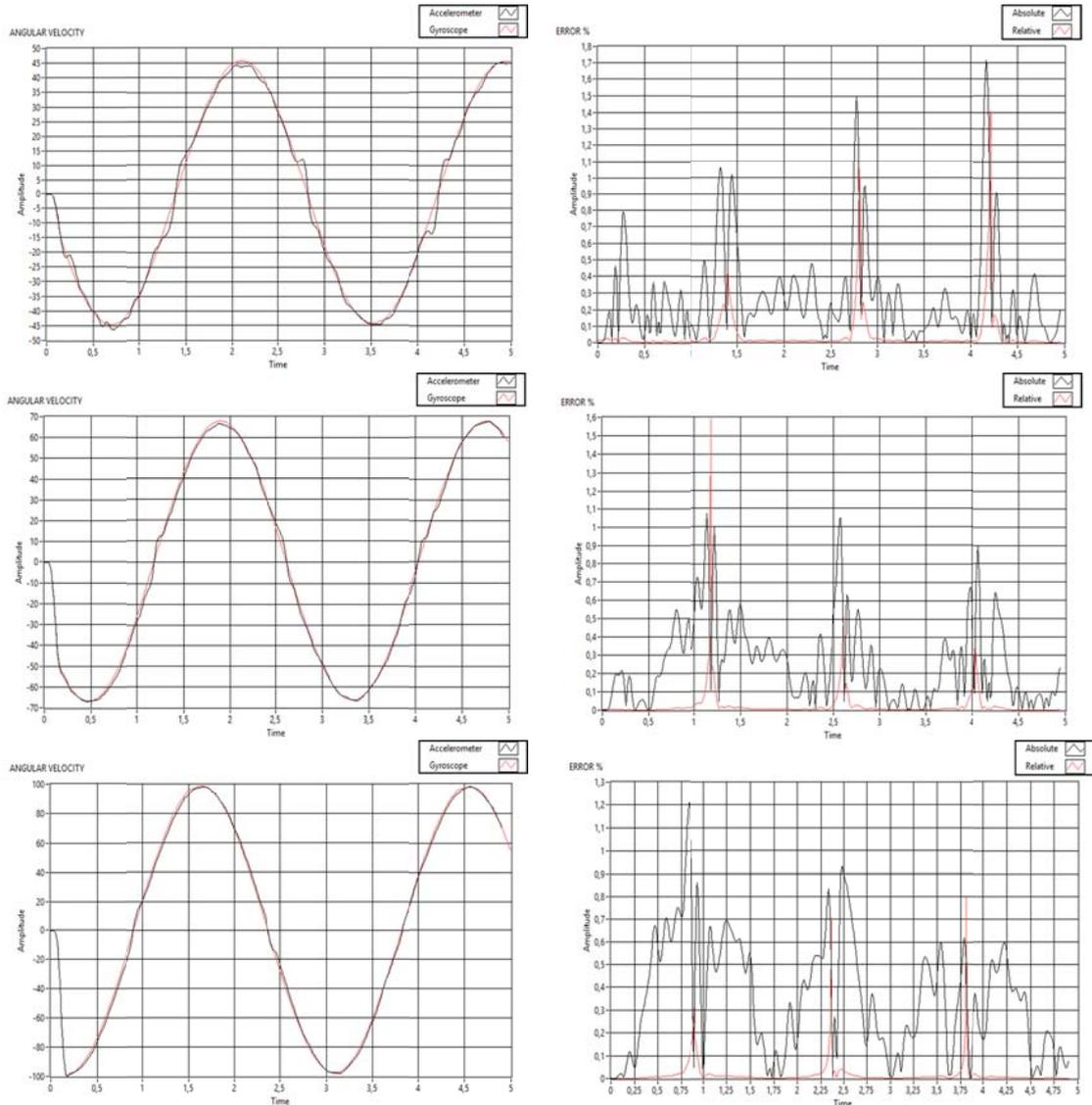


Diagrama UML sistema de adquisición.

