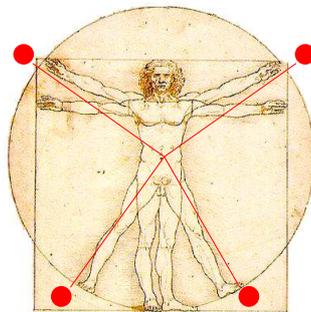


TECNOLOGÍ@ y DESARROLLO

Revista de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente

VOLUMEN X. AÑO 2012

SEPARATA



LA ENSEÑANZA DE LOS POLIEDROS REGULARES EN EL MARCO DEL EEES

Valentina Siegfried Villar, Amador Álvarez Cózar, Rafael Magro Andrade, Amparo Verdú Vázquez



UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO
Escuela Politécnica Superior
Villanueva de la Cañada (Madrid)

© Del texto y las imágenes: Valentina Siegfried Villar, Amador Álvarez Cózar, Rafael Magro Andrade, Amparo Verdú Vázquez.

Marzo 2012

http://www.uax.es/publicaciones/archivos/TECMAD12_001.pdf

© De la edición: *Revista Tecnol@y desarrollo*

Escuela Politécnica Superior.

Universidad Alfonso X el Sabio.

28691, Villanueva de la Cañada (Madrid).

ISSN: 1696-8085

No está permitida la reproducción total o parcial de este artículo, ni su almacenamiento o transmisión ya sea electrónico, químico, mecánico, por fotocopia u otros métodos, sin permiso previo por escrito de la revista.

LA ENSEÑANZA DE LOS POLIEDROS REGULARES EN EL MARCO DEL EEES

**Valentina Siegfried Villar (a), Amador Álvarez Cózar (b),
Rafael Magro Andrade (c), Amparo Verdú Vázquez (d).**

(a) Dr. Arquitecto: Área de Ideación Gráfica. Universidad Alfonso X el Sabio
Tf: 918109122, email: vvillar@uax.es

(b) Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. INECO, S.A. Dirección de Carreteras. Dirección General de
Consultoría e Ingeniería del Transporte. Telf.: 639219855, e-mail: amador.alvarez@ineco.es

(c) Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Asimag Consultora de Formación
Tf: 689102679, email: r.magro@asimag.es

(d) Dr. Ingeniero en Geodesia y Cartografía. Universidad Politécnica de Madrid
Tf. 913367605, email: amparo.verdu@upm.es

RESUMEN:

El estudio de los poliedros regulares dentro del aprendizaje de los Sistemas de Representación ha supuesto una herramienta ampliamente utilizada gracias a su gran flexibilidad. Estos poliedros conforman un conjunto de cuerpos geométricos con grandes posibilidades en el campo de la enseñanza y el aprendizaje, ya que son fácilmente definibles mediante la utilización de puntos, rectas y planos y proporcionan gran versatilidad a los ejercicios propuestos. La enseñanza de estos cuerpos en el marco del EEES es un tema que puede tratarse como ejemplo descriptivo para este tipo de materias.

PALABRAS CLAVE:

Poliedros, EEES, Geometría aplicada, sistemas de representación

ABSTRACT

The study of regular polyhedra in the learning systems of representation has been a widely used tool due to its flexibility. These polyhedra form a set of geometric shapes with great possibilities in the field of teaching and learning as they are easily defined using points, lines and planes and provide great versatility to the exercises. The teaching of these bodies within the EHEA is an issue that can be treated as descriptive example for such subjects.

KEY WORDS:

Polyhedron, EHEA, applied geometry, Systems of representation

SUMARIO:

Antecedentes, 2. Metodología, 3. Material de apoyo, 4. Competencias que se adquieren, 5. Resultados del aprendizaje. 6. Bibliografía

SUMMARY:

Background, 2. Methodology, 3. Material support, 4. Skills acquired, 5. Learning outcomes. 6. Bibliography.

http://www.uax.es/publicaciones/archivos/TECEEE12_001.pdf

1. Antecedentes

Los géometras griegos plantearon el estudio de los poliedros como un acercamiento a entender el desarrollo del cosmos¹. Conocieron la existencia de los cinco únicos sólidos regulares, cuyo descubrimiento atribuyeron algunos al propio Pitágoras y a los que Platón recurrió incluso para explicar la creación del universo. Sin embargo, fue Descartes en 1640 el que estudió las relaciones entre el número de vértices, aristas y caras de un poliedro convexo y del que el matemático suizo Leonhard Euler dio una famosa demostración en 1752. Esta demostración consistió en demostrar que si sumamos el número de caras y el número de vértices de un poliedro convexo, este resultado es el número de aristas más 2.

Estos estudios y la perfección estética que poseen estos cuerpos les hacen objeto de un estudio más pormenorizado en los diferentes sistemas de representación.

2. Metodología

2.1. Clase magistral

La clase magistral debe caracterizarse porque el docente sea capaz de transmitir aquellos conocimientos que posteriormente permitan desarrollar todo tipo de ejercicios prácticos de visualización de poliedros.

Dentro de este contexto el profesor debe desarrollar, por orden estricto, las siguientes características:

- Definición del poliedro
- Elementos del mismo
- Esferas asociadas
- Sección principal.

¹ Sutton Daud. “Sólidos Platónicos y Arquimedianos”

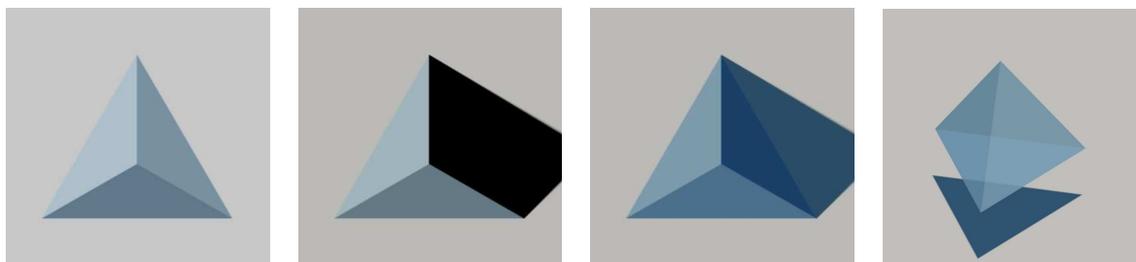


Figura 2.1. Elaboración propia

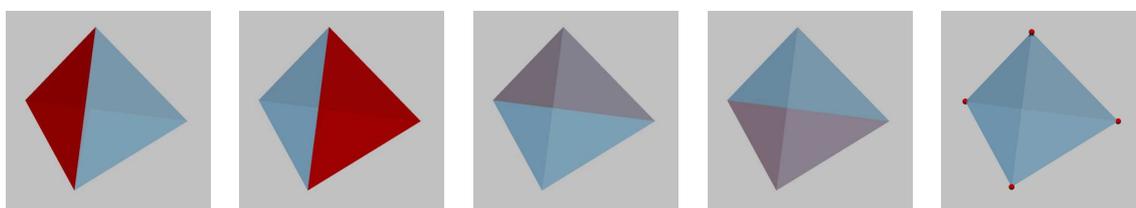


Figura 2.2. Elaboración propia

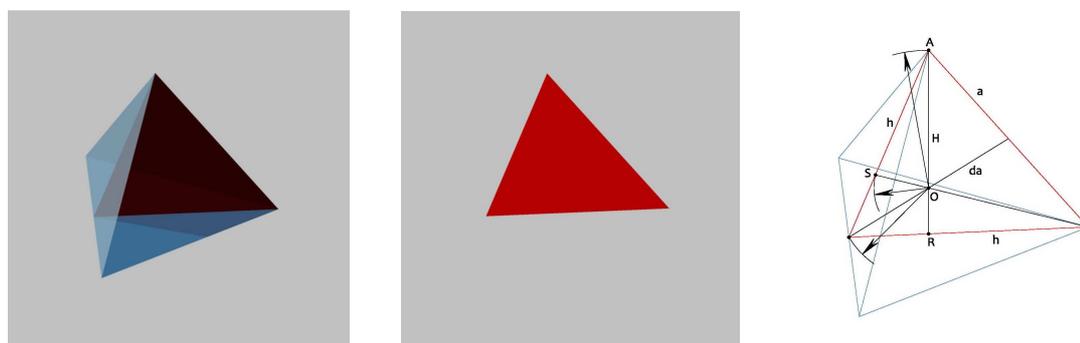


Figura 2.3. Sección principal del Tetraedro regular. Elaboración propia

En la Figura 2.1 se muestra la definición y representación del Tetraedro regular en diferentes vistas y utilizando tanto material opaco como traslúcido, de modo que se puedan apreciar las aristas ocultas.

En la Figura 2.2 se indican los elementos del Tetraedro regular: caras y vértices indicándolos mediante un cambio de color.

En la Figura 2.2 se muestra la sección principal del Tetraedro regular en el interior del poliedro, exenta y por último sus proporciones y relaciones entre sus elementos.

En la sección principal, se debe explicar de forma detallada como se construye y cada uno de los elementos característicos de los poliedros que se encuentran en ella,² a saber:

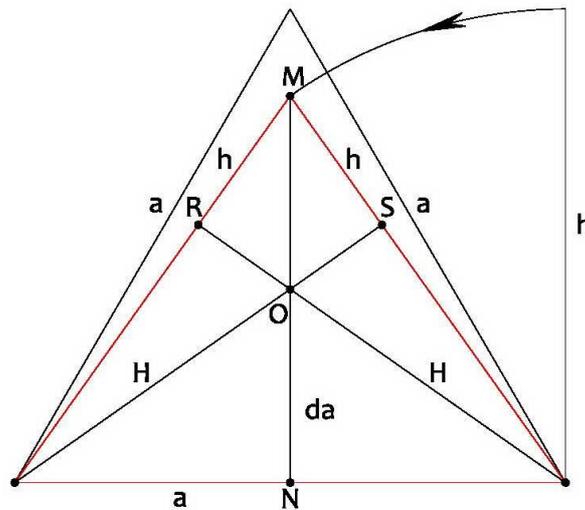


Imagen 2.4. Sección Principal del Tetraedro regular

- Arista
- Altura de cara (en poliedros con caras triangulares)
- Diagonal de cara (en poliedros con caras no triangulares)
- Altura del poliedro (cuando lo opuesto a un vértice es una cara)
- Diagonal del poliedro (cuando lo opuesto a un vértice es otro vértice)
- Distancia entre aristas opuestas
- Distancia entre caras opuestas
- Radio de la esfera inscrita
- Radio de la esfera circunscrita
- Radio de la esfera tangente a las aristas

² Izquierdo Asensi, Fernando. “Geometría Descriptiva”

En relación a la representación del poliedro, su posición puede estar referida a alguna de sus posiciones singulares o incluso a alguna de las medidas del poliedro como puede ser el de los radios de las esferas asociadas.

A continuación se representan las tres posiciones singulares del Tetraedro regular: apoyado en una cara, apoyado en una arista y apoyado en un vértice.³

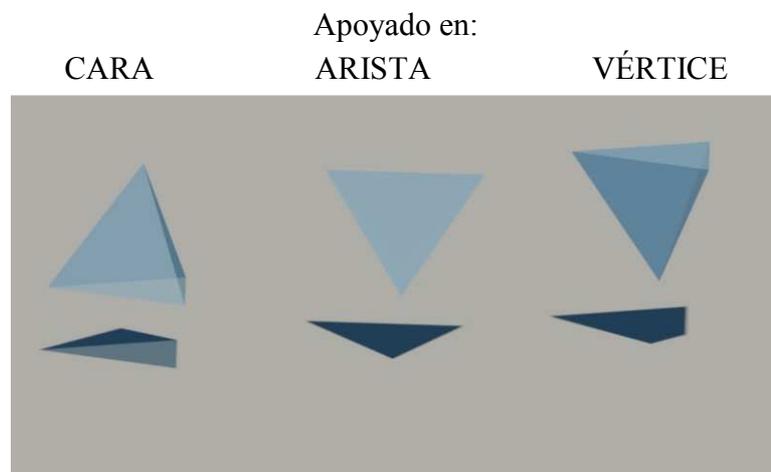


Figura 2.5. Posiciones singulares del Tetraedro regular. Elaboración propia

En la figura 2.5 se representan las tres posiciones singulares del Tetraedro regular. En este caso el plano de apoyo es un plano horizontal. Los únicos planos que se consideran opacos son los planos de proyección, por lo que el plano de apoyo no se materializa en la figura.

A continuación se representan las tres posiciones anteriores pero esta vez con sus esferas asociadas. En la figura 2.6 se muestra la esfera circunscrita, en la figura 2.7 la esfera tangente a las aristas y por último, en la figura 2.8, la esfera inscrita o tangente a las caras.

³ Domínguez de Posada, José. “Cuadernos de geometría aplicada: Sistema Diédrico”

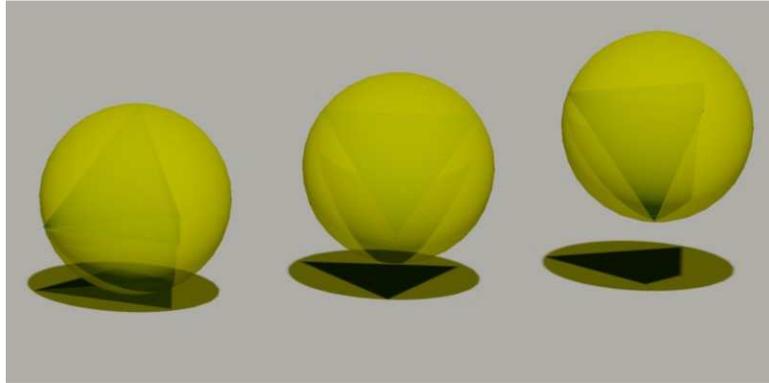


Figura 2.6. Esfera circunscrita al Tetraedro regular. Elaboración propia

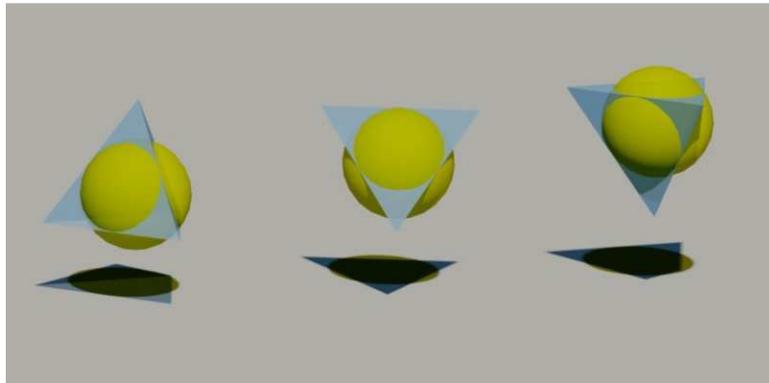


Figura 2.7. Esfera tangente a las aristas del Tetraedro regular. Elaboración propia

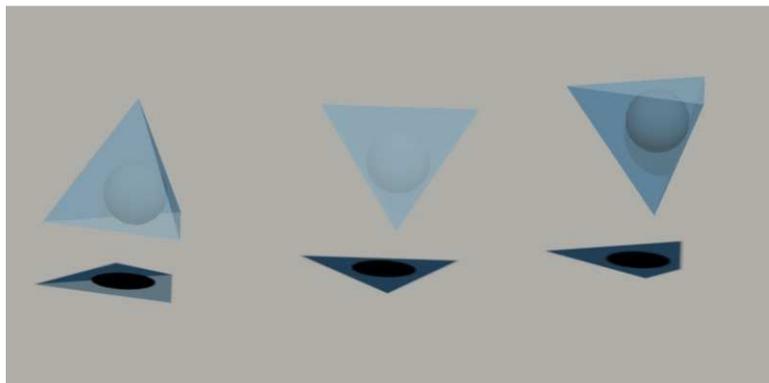


Figura 2.8. Esfera tangente a las caras del Tetraedro regular. Elaboración propia

2.2. Clase práctica

La clase práctica es aquella en la que el alumno debe ser capaz de desarrollar las capacidades que le ha conferido la clase magistral, así, en ella se deben realizar sobre papel o sobre soporte digital, ejercicios de dificultad creciente que permitan visualizar el poliedro en diferentes posiciones.

Posteriormente se deben plantear distintas operaciones con el poliedro, como son:

- Intersecciones con rectas
- Intersecciones con planos
- Sombras
- Poliedros inscritos y circunscritos
- Otras

2.3. Seminarios

En este proceso de aprendizaje cada una de las partes tiene su especial importancia, pero es en los seminarios donde el alumno debe ser evaluado de forma más directa por el profesor porque en ellos se van a defender los trabajos en grupo que el docente haya diseñado para que el alumno adquiera las competencias previstas. Este tipo de clase debe tener una doble función:

- La ya reseñada de defensa de trabajos de grupo
- Una puesta en común de las dudas que pueda tener el alumno, dudas que serán resueltas por el docente o por los propios alumnos.

A continuación se expone un enunciado para este seminario:

SEMINARIO DE POLIEDROS

CONTENIDO DEL SEMINARIO

La prueba para la calificación del Seminario del Tema Poliedros consiste en la realización de un trabajo en equipo. Este trabajo se realizará en grupos de 2 ó 3 alumnos y consta de dos partes:

- a. Investigación sobre los poliedros regulares.
- b. Exposición en clase (10')

DESCRIPCIÓN DEL ENUNCIADO

En la primera parte del seminario (fase de investigación) los alumnos plasmarán en un soporte físico o digital la información obtenida sobre las secciones principales de los poliedros regulares, así como otras secciones de interés, relaciones geométricas en los mismos y con otros poliedros.

En la segunda parte del seminario, el grupo alumnos expondrá a sus compañeros de clase el resultado de su investigación.

PRESENTACIÓN

Tanto el resultado de la investigación como el material empleado para la exposición oral se entregarán en soporte físico y digital, debidamente rotulado y encarpetao.

Soporte papel Tamaño Din-A-4

Soporte digital: *.doc, *.pdf, *.ppt, *.dwg, a través del portal de la asignatura. Para otros formatos consultar previamente.

ENTREGA

Los trabajos se presentarán en el despacho en horario de consulta durante la siguiente semana de las exposiciones.

Todas las fechas están publicadas en la página Web, a través del Portal de la Asignatura.

2.4. Trabajo personal

Ni que decir tiene que el trabajo personal es algo inherente e indiscutible dentro del ámbito universitario, sin embargo debe estar dirigido a la consecución de un objetivo. En este caso es conseguir, tres aspectos fundamentales del conocimiento de los poliedros:

- Propiedades y elementos
- Visualización
- Operaciones diversas

Este trabajo personal debe encaminarse a dos tareas:

- Ejercicios de visualización y operaciones en papel y CAD
- Desarrollo del proyecto en grupo

3. Material de apoyo

3.1. Papel

En nuestra opinión, debe existir un texto completo que incluya todas y cada una de las explicaciones desarrolladas en la clase magistral.

3.2. Digital

En soporte digital debe ubicarse la colección completa de ejercicios. Esta colección debe estar compuesta por dos tipos de ejercicios, una colección recopilatoria de ejercicios tipo examen a realizar por el alumno y una segunda colección para realizar en las clases prácticas compuesta por ejercicios tipo examen y generales.

Ejemplos:

- Representa un tetraedro regular sabiendo que un vértice es el punto $(3,2,5)$ y una arista que no pasa por él está en la recta definida por $A(4,0,1)$ y $B(-3,7,7)$.
- Representa un tetraedro regular sabiendo que una altura tiene como recta soporte la que pasa por $A(4, 0, 1)$ y $B(-3, 7, 7)$, que $V(3, 2, 5)$ es un vértice y que su arista mide 4 cm.
- Representa un tetraedro regular sabiendo que $A(5, 3, 1)$ y $B(0, 3, 4)$ son dos de sus vértices y que tiene otro vértice en el plano vertical de proyección.

- Representa un tetraedro regular sabiendo que $A(0, 3, 4)$ y $B(5, 3, 1)$ son dos de sus vértices y tiene otro vértice en el plano horizontal de proyección.
- Representa un tetraedro regular sabiendo que el plano $\alpha(5, 7, 4)$ corta al poliedro según una sección principal en la que un vértice tiene cota 2 y alejamiento 2 y el lado opuesto de la sección principal está en una horizontal del plano. Valor de la arista 4 cm.
- Representa un tetraedro regular sabiendo que el punto $C(3, 2, 7)$ es el punto medio de una arista de un tetraedro regular. La arista opuesta la anterior tiene como recta soporte la recta $A(4, 1, 0) B(0, 3, 6)$.
- Representa un tetraedro regular sabiendo que el plano $\alpha(5, 7, 4)$ corta al poliedro según un cuadrado con dos de sus lados sobre dos rectas frontales de alejamientos 2 y 4 cm. respectivamente, y con el vértice más bajo a cota 3.

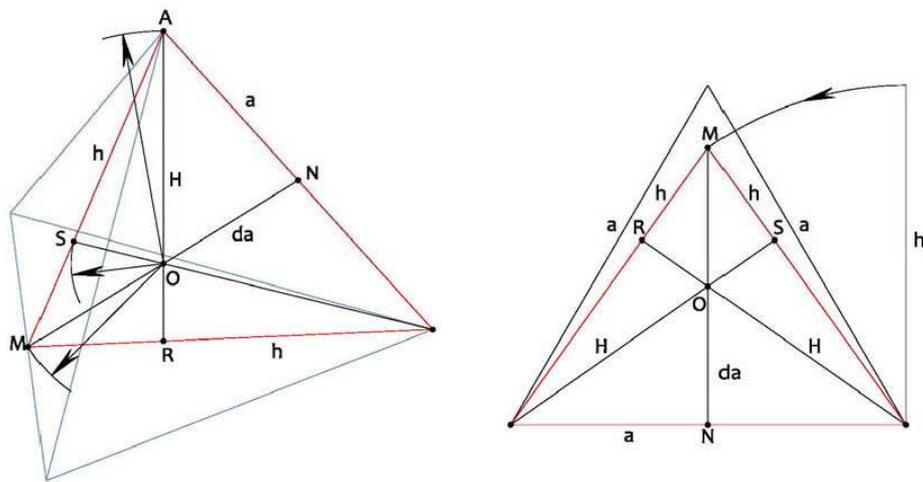
3.3. Píldoras de conocimiento

Para el estudio de los poliedros, son de gran utilidad las píldoras del conocimiento, por su sencillez, grado de concreción y su fácil manejo. La única condición es que estas píldoras deben ser realizadas por el alumno bajo la supervisión del docente. A continuación se detalla una píldora del tetraedro de confección propia.

TETRAEDRO REGULAR

DEFINICIÓN Y SECCIÓN PRINCIPAL

Poliedro regular de cuatro caras triángulos equiláteros y cuatro vértices.



AB	Arista (a)
AM=BM	Altura de cara (h)
AS=AR	Altura del poliedro (H)
M, N	Punto medio de arista
MN	Distancia entre aristas opuestas (da)
OM	Radio de la esfera tangente a las aristas (Ra)
OA=OB	Radio de la esfera circunscrita (Rc)
OS	Radio de la esfera inscrita (Ri)

3.4. Otros

La utilización de maquetas y modelos a escala es una de las actividades recomendadas al alumno. En este caso el hecho de realizar un modelo a escala en papel plástico transparente permite al alumno obtener una visualización real del poliedro incluyendo elementos interiores como la sección principal u otras secciones de interés. Por otro lado su sencillez constructiva hace de este soporte una ayuda de extraordinaria eficacia.

4. Competencias que se adquieren

Crear una base de conocimientos fundamentados en conceptos y construcciones espaciales.

- Incrementar la capacidad de razonamiento.
- Aumentar la visualización espacial.
- Facilitar el cálculo de áreas y volúmenes de todo tipo de cuerpos.
- Aptitud para aplicar los procedimientos gráficos a la representación de espacios y objetos.

Mejora del conocimiento adecuado de los sistemas de representación espacial.

- Capacidad para trabajar en equipo.
- Capacidad para representar en 2D , objetos 3D

5. Resultados de aprendizaje

- Dominio de la proporción y representación de los objetos con técnicas manuales e informatizadas.
- Capacidad de desarrollo del discurso gráfico personal y en grupo.
- Personalización el trabajo gráfico informatizado.
- Optimización de recursos, herramientas y tiempo para el trabajo individual y en equipo.
- Aptitud para la personalización del aprendizaje en trabajos de equipo.

6. Bibliografía

DOMÍNGUEZ DE POSADA, José. *Cuadernos de geometría aplicada: Sistema Diédrico: [S.l.]*: Biblioteca Técnica Universitaria, 2002. ISBN: 8460098087

IZQUIERDO ASENSI, Fernando. *Geometría Descriptiva*: 24ª Ed.: Madrid: Paraninfo, 2000. ISBN: 8492210958

SUTTON, DAUD. *Solidos platónicos y arquimedianos*. 1ª Ed. Barcelona: Oniro. 2005. ISBN: 9788497541312