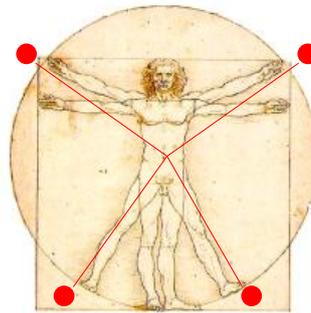


# TECNOLOGÍ@ y *DESARROLLO*

*Revista de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente*

VOLUMEN XV. AÑO 2017

SEPARATA



## DISEÑO Y OPTIMIZACION DE UNA ESTRUCTURA GEOMÉTRICA CILINDRICA PARA UN DESPRENDIMIENTO UNIFORME DE VORTICES DE VON KARMAN

**Miguel Ángel Sánchez Hidalgo, Ricardo Atienza Pascual y David Yañez Villareal**



UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO  
Escuela Politécnica Superior  
Villanueva de la Cañada (Madrid)

© Del texto: Miguel Ángel Sánchez Hidalgo, Ricardo Atienza Pascual y David Yañez Villareal  
Mayo, 2017.

<http://www.uax.es/publicacion/disen-y-optimizacion-de-una-estructura-geometrica-cilindica-para-un-desprendimiento.pdf>

© De la edición: *Revista Tecnol@ y desarrollo*

Escuela Politécnica Superior.

Universidad Alfonso X el Sabio.

28691, Villanueva de la Cañada (Madrid).

ISSN: 1696-8085

Editor: Javier Morales Pérez – [tecnologia@uax.es](mailto:tecnologia@uax.es)

No está permitida la reproducción total o parcial de este artículo, ni su almacenamiento o transmisión ya sea electrónico, químico, mecánico, por fotocopia u otros métodos, sin permiso previo por escrito de la revista.

# DISEÑO Y OPTIMIZACION DE UNA ESTRUCTURA GEOMÉTRICA CILINDICA PARA UN DESPRENDIMIENTO UNIFORME DE VORTICES DE VON KARMAN

**Miguel Ángel Sánchez Hidalgo<sup>(a)</sup>, Ricardo Atienza Pascual<sup>(b)</sup>  
David Yañez Villareal<sup>(c)</sup>**

(a) Ingeniero Industrial. Responsable de eficiencia energética y mantenimiento del Complejo Hospitalario de Ávila y del Hospital Universitario Fundación de Alcorcon. Madrid. OHL Servicios. Instituto de Gestión Sanitaria. Teléfono: 650 510 319, e-mail: [miguelangelsh@hotmail.es](mailto:miguelangelsh@hotmail.es)

(b) Doctor Ingeniero Aeronáutico. Jefe del Centro de Ensayo de Programas Aeroespaciales Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial 'Esteban Terradas'. Jefe de Estudios de Grado en Ingeniería Aeroespacial. Escuela Politécnica Superior, Universidad Alfonso X el Sabio. Teléfono: 918 105 793, e-mail: [ratiepas@uax.es](mailto:ratiepas@uax.es)

(c) Ingeniero Industrial. Partner. coCEO/Technology Vortex Bladeless. Teléfono: 659169417, e-mail: [david@vortexbladeless.com](mailto:david@vortexbladeless.com)

## RESUMEN:

A lo largo de la historia de la ingeniería se han contemplado efectos devastadores de la meteorología sobre estructuras. Estos hechos nos inducen a estudiar del comportamiento de estructuras que no habiendo sido diseñadas para absorber energía, como por ejemplo del campo fluido que las rodea, en particular del viento, realmente son capaces de ello. Si se es capaz de diseñar estructuras que no sólo absorban sino que también canalicen dicha energía, se estará ante un nuevo concepto de sistema estructural.

Tomando como referencia, el fenómeno aerodinámico de la calle de torbellinos producido por una estructura inmersa en una corriente fluida descrito por Von Karman, se asienta el primer paso para el diseño de un sistema estructural con una geometría capaz de presentar una frecuencia de desprendimiento de vórtices constante a lo largo de toda su envergadura.

**PALABRAS CLAVE:** Vórtices de Von Karman, Resonancia, Reynolds, Strouhal, Vibraciones inducidas por Vórtices, Viga empotrada.

## ABSTRACT:

Throughout the history of engineering, it has been contemplated that meteorological effects on structures. These facts induce us to study the behavior of structures that have not been designed to absorb energy, such as the fluid field that the windings, particularly the wind, are really capable of. If you are able to design structures that not only absorb but also channel that energy, you will be faced with a new concept of structural system. As a reference, the aerodynamic phenomenon of vortex street produced by a structure embedded in a fluid correlation described by Von Karman, establishes the first step for the design of a structural system with a geometry capable of presenting a frequency of vortex detachment Constant throughout its scope

**KEY-WORDS:** *Vortex Bladeless, Vortex Shedding, Von Karman, Reynolds, Strouhal, Vortex-induced vibration Cantilever Beam*

**SUMARIO:** 1. Introducción 2. Ecuación de la geometría 3. Representación geométrica 4. Cálculo de la frecuencia de desprendimiento de Vórtices 5. Conclusiones 6. Bibliografía.

## 1. Introducción

En 1940 se produjo un acontecimiento histórico que revolucionó la manera de entender y diseñar las estructuras de las grandes obras de ingeniería. Esta fecha, corresponde con el colapso del Puente de Tacoma Narrows. Este desastre es popularmente conocido en el mundo académico y estudiado por ingenieros y científicos en discusiones de fenómenos aeroelásticos en estructuras. Este fenómeno ha sido considerando siempre como perjudicial y destructivo.

El fenómeno acaecido sobre el Puente de Tacoma Narrows, se trata de un fenómeno particular de la aeroelasticidad dinámica, concretamente Flameo. Si bien, se trata de un principio diferente al fenómeno que sirve de base en el del presente artículo (Calle de Torbellinos de Von Karman, caso típico de Bataneo), pero que deja entrever, cómo una estructura que no ha sido diseñada para absorber energía del viento, es capaz de absorber dicha energía hasta el punto de llegar a la rotura estructural.

Con ello se pone de manifiesto que, si se diseña deliberadamente una estructura para fomentar tal efecto, se estaría ante otra manera prometedora de generar energía a partir del viento.

El efecto al que se hace referencia en el presente artículo corresponde con el fenómeno aeroelástico de desprendimiento de vórtices, conocido como calle de torbellinos de Von Karman. Este efecto se produce en un sólido inmerso en una corriente fluida, en este caso el fluido será el aire.

El desprendimiento de vórtices, se produce con una determinada frecuencia, la cual variará fundamentalmente, en función de la velocidad del viento y de la dimensión característica del sólido rígido.

$$F_V = \frac{S_t \cdot V_F}{h}$$

(Ec.1.1)

Por otro lado, el sólido (sistema estructural) tiene su propia frecuencia de oscilación natural, la cual está definida fundamentalmente por la rigidez de la estructura y la masa del mismo.

Cuando ambas frecuencias coinciden, el sólido alcanza su punto máximo de amplitud de la oscilación. Alcanzándose así el fenómeno conocido como resonancia.

Por ello, se busca de manera deliberada diseñar una estructura que fomente este fenómeno, tratando de conseguir que la frecuencia de desprendimiento de torbellinos coincida con la primera frecuencia natural de vibración del sistema y por tanto conseguir que el sistema entre en resonancia.

Previamente es necesario determinar las partes de las que se compone la estructura y las restricciones geométricas fijadas en su diseño:

- Parte 1: Viga en posición vertical empotrada en un extremo y libre en el extremo opuesto.

- Parte 2: En el extremo libre de la Parte 1, se acopla un cilindro esbelto como elemento principal, que es quien realmente queda enfrentado al viento y cuya geometría se pretende optimizar.

Estudiando el fenómeno de desprendimiento de torbellinos estudiado por Von Karman, se desprende que, en una estructura cilíndrica esbelta, la frecuencia de desprendimiento de los vórtices es diferente para cada sección, puesto que la velocidad del viento difiere para cada nivel de la estructura, es decir, se tiene una frecuencia no homogénea, cuyo valor puede obtenerse mediante la ecuación (Ec.1.1).

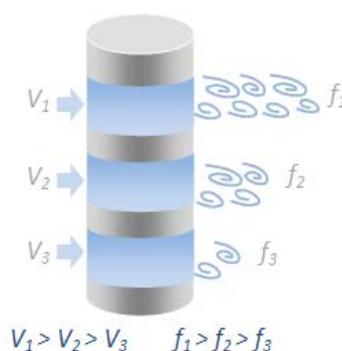


Fig. 1.1: Generación de vórtices en una estructura cilíndrica con una velocidad de viento dependiente de la altura.

El objetivo de este artículo es determinar qué geometría debe tener un cilindro para presentar un desprendimiento de vórtices homogéneo a lo largo de su envergadura, cuando se encuentra ubicado en una corriente de aire.

## 2. Ecuación de la geometría.

La metodología seguida en la definición de longitud característica, velocidad del fluido respecto de la estructura tiene diferentes interpretaciones en función del fenómeno al que se quieren ajustar. Una de las posibles interpretaciones de éstas, quedarían descritas por las siguientes suposiciones:

- Valor del Número de Strouhal permanece constante.
- La velocidad de cálculo es la resultante de la combinación de velocidad de viento (según Ley de Hellmann) y velocidad de oscilación del equipo.
- La dimensión característica, corresponde al diámetro variable en función de la posición longitudinal.

Como ya se ha descrito anteriormente, la estructura se compone de un elemento rígido sustentado por una varilla elástica de sección constante y con propiedades también constantes en cada una de ellas.

Consideremos ahora la varilla de longitud  $L$ , cuyo extremo superior se desplaza mediante la aplicación de una fuerza, hasta una posición de coordenadas  $(x,y)$ . Debido a esta carga, la varilla se deforma siguiendo un arco de circunferencia, donde el ángulo que forma la tangente a este arco respecto de la vertical, se denomina  $\Theta$ .

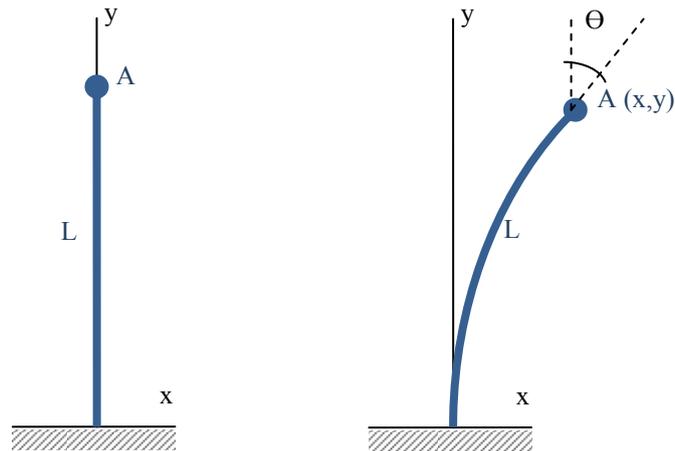


Fig. 2.1 Coordenadas  $(x,y)$  extremo libre varilla con carga.

A continuación, se desarrollan las ecuaciones que permiten conocer las coordenadas del extremo libre de la varilla, y por tanto, determinar la deformada de la varilla en función del ángulo de deformación, considerando una varilla de longitud constante y conocida.

Para ello, se parte de la ecuación de la circunferencia. Tomando el centro de la circunferencia como el origen del sistema de coordenadas se tiene, por Pitágoras:

$$R^2 = x^2 + y^2$$

(Ec.2.1)

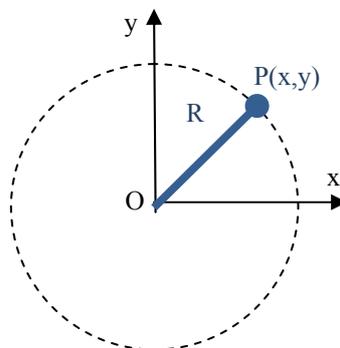


Fig. 2.2 Coordenadas  $(x,y)$  con centro de circunferencia en centro de coordenadas.

Desplazando el centro de la circunferencia a un punto de coordenadas  $(x_0, y_0)$  se obtiene una expresión genérica para el cálculo del radio:

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$$

(Ec.2.21)

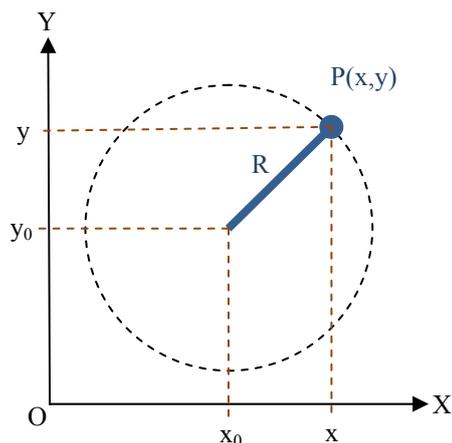


Fig. 2.3 Coordenadas  $(x,y)$  con centro de circunferencia desplazado del centro de coordenadas.

Si el centro de la circunferencia se sitúa sobre el eje X y uno de los puntos de dicha circunferencia pasa por el origen de coordenadas, se puede afirmar que:

- El término  $y_0$  es cero.
- El valor de  $x_0$  coincide con el radio de la circunferencia R.

$$R^2 = (x - x_0)^2 + y^2$$

(Ec.2.3)

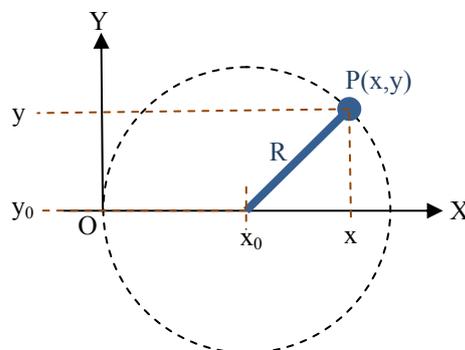


Fig. 2.4 Coordenadas  $(x,y)$  con centro de circunferencia sobre eje X

La longitud de la varilla es de valor constante y conocido.

La deformación de la varilla, se corresponde con una porción de circunferencia, y por tanto es posible expresar esta longitud en función del ángulo  $\Theta$ .

El ángulo  $\Theta$ , corresponde con el ángulo que forma la tangente del punto de la circunferencia del extremo libre del núcleo (varilla) con el eje Y, dando como resultado:

$$L = \Theta R$$

(Ec.2.52)

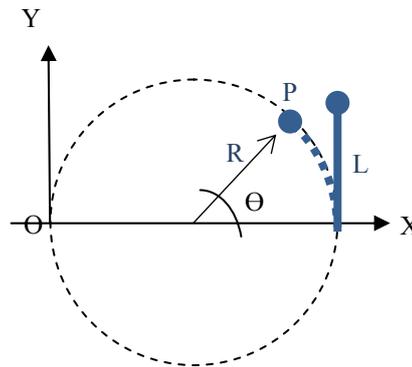


Fig. 2.5 Coordenadas (x,y) con centro de circunferencia sobre eje X

El siguiente paso es expresar la ecuación (Ec.2.3) en función de la longitud de la varilla (L) y del ángulo ( $\Theta$ ) y así obtener las coordenadas (x,y) del extremo libre.

Se sustituye la ecuación (Ec.2.5) en la ecuación (Ec.2.3), obteniéndose:

$$\left(\frac{L}{R}\right)^2 = \left(x - \frac{L}{R}\right)^2 + y^2$$

(Ec.2.6)

Simplificando se obtiene:

$$x^2 - 2x\frac{L}{R} + y^2 = 0$$

(Ec.2.7)

A partir de la Figura 2.5, en términos de (x), se obtiene:

$$y = R \operatorname{sen} \theta \quad ; \quad R = \frac{y}{\operatorname{sen} \theta}$$

(Ec.2.8)

$$x = R(1 - \cos \theta) \quad ; \quad x = y \frac{1 - \cos \theta}{\operatorname{sen} \theta}$$

(Ec.2.9)

Despejando (y) se obtiene:

$$y = x \frac{\operatorname{sen} \theta}{1 - \cos \theta}$$

(Ec.2.10)

Sustituyendo en (Ec.2.7) y despejando (x):

$$x = \frac{2L}{\theta \left(1 + \frac{\cos^2 \theta}{(1 - \cos \theta)^2}\right)} \tag{Ec.2.11}$$

El valor de (y) resulta de sustituir (Ec.2.11) en (Ec.2.10):

$$y = \frac{2L}{\theta \left(1 + \frac{\cos^2 \theta}{(1 - \cos \theta)^2}\right)} \cdot \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \tag{Ec.2.12}$$

A continuación, se representan las coordenadas (x,y) de cada punto de la varilla para diferentes ángulos  $\theta$  de una varilla de longitud constante.

Se define una varilla de  $L=3\text{m}$  y se representa cada uno de los arcos de circunferencia que describe la varilla para cuando su ángulo de flexión toma el valor de  $1^\circ, 3^\circ, 5^\circ, 7^\circ, 9^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ .

Aplicando las formulas (Ec.2.11) y (Ec.2.12) se obtienen las coordenadas del extremo libre.

Mediante la ecuación (Ec.2.5), se obtiene el radio de curvatura.

Para poder representar cada uno de los puntos de la curva, se dividen los valores de (x) en 30 porciones de arco y aplicando (Ec.2.3) obtenemos los diferentes valores de y.

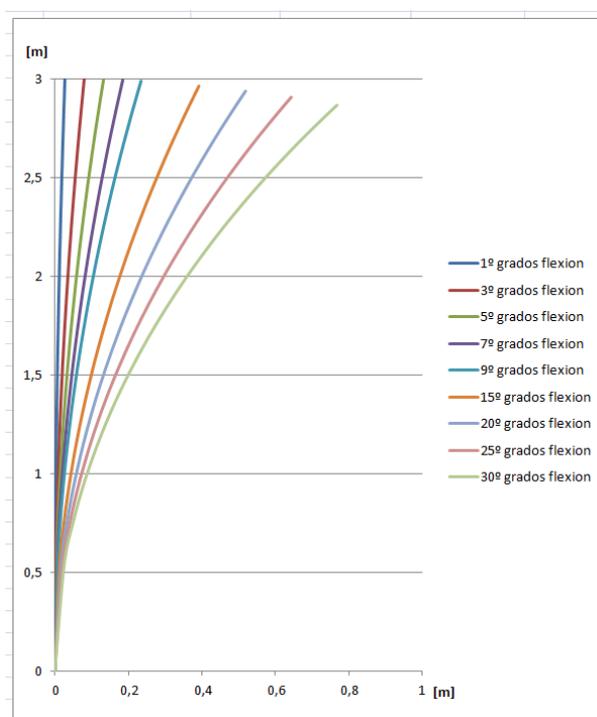


Fig. 2.6 Deformada de la varilla en función del ángulo de flexión.

La figura 2.7, muestra un segmento  $AA'$  de longitud  $l$ , situándose  $A$  en el extremo superior de la varilla elástica.

Es decir, se trata de situar un elemento rígido ligado en el extremo  $A$  de la varilla. De esta forma, el movimiento de dicha varilla será transmitido al segmento que será tangente al arco de la curva descrito por la varilla.

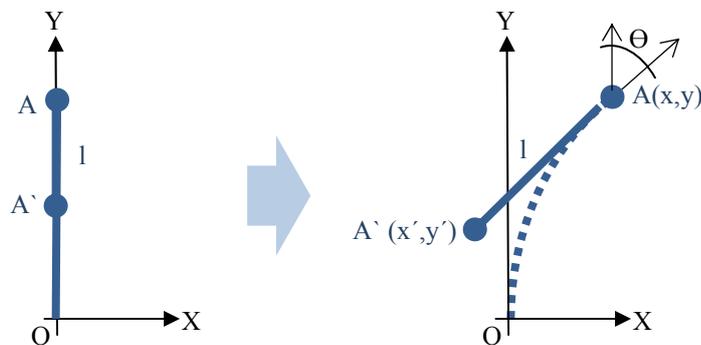


Fig. 2.7 Adición de un segmento recto  $AA'$  de longitud  $l$  a una varilla de longitud  $L$

Si se curva dicha varilla con un ángulo  $\theta$  con respecto a la vertical, la posición de  $A'$  viene determinada por la siguiente fórmula:

$$x' = \frac{2L}{\theta \left(1 + \frac{(\text{sen}\theta)^2}{(1 - \text{cos}\theta)^2}\right)} - (l \text{sen}\theta)$$

$$y' = \frac{2L}{\theta \left(1 + \frac{(\text{sen}\theta)^2}{(1 - \text{cos}\theta)^2}\right)} \cdot \frac{\text{sen}\theta}{1 - \text{cos}\theta} - (l \text{cos}\theta)$$

(Ec.2.13)

A continuación, en la figura 2.8 se representan las coordenadas de  $A$  y  $A'$ , en función del grado de flexión que sufre la varilla.

De esta grafica, se observa que para ángulos de flexión suficientemente pequeños (inferiores a  $10^\circ$ ), en la cota  $L/2$  de la varilla no se producen desplazamientos

significativos. (Se ha de tener en cuenta que, como valores de diseño, se considera que siempre se trabajará con ángulos inferiores a  $10^\circ$ )

Esta conclusión es determinante para el desarrollo de la geometría.

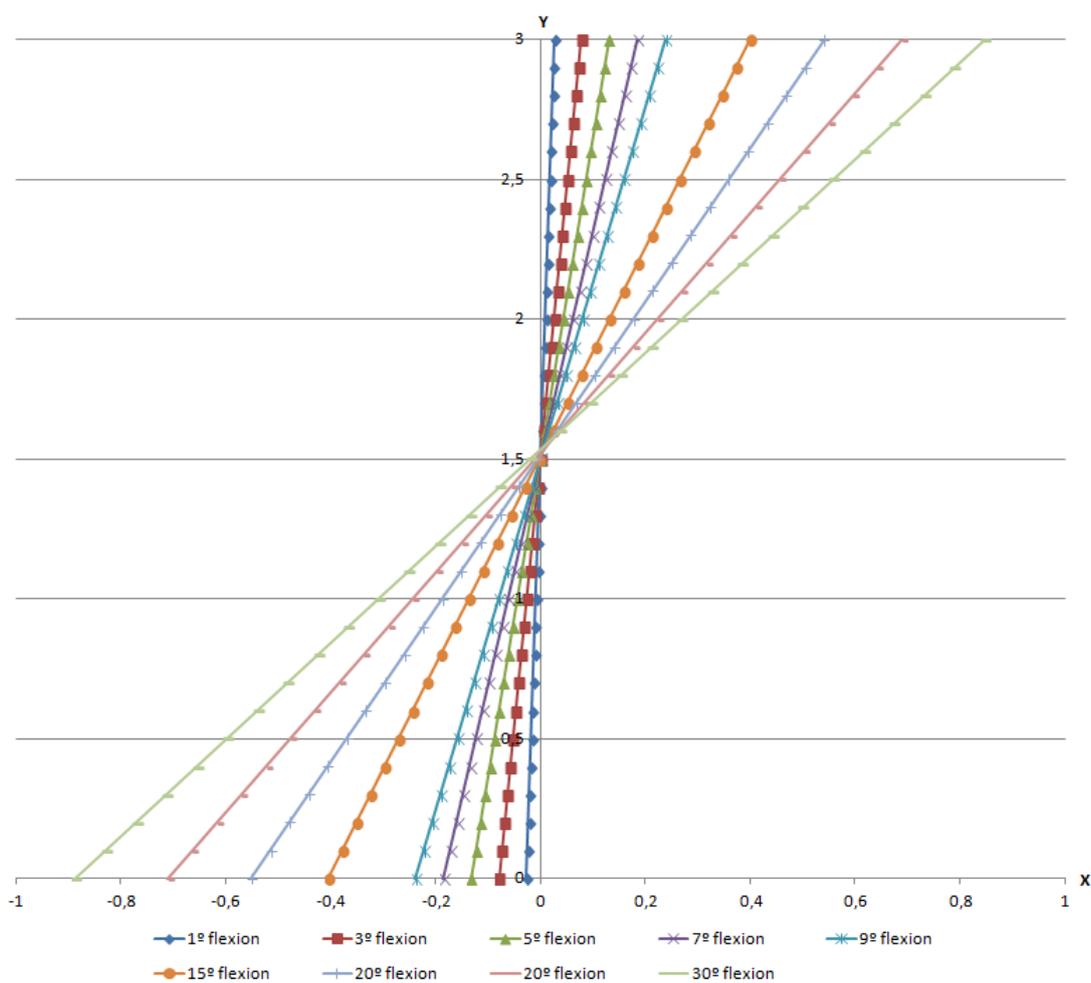


Fig. 2.8 Movimiento del segmento recto AA', en función del ángulo de flexión de la varilla.

Se determina que al no existir desplazamiento de la varilla en  $L/2$ , se puede aplicar Von Karman, puesto que únicamente afecta la velocidad del viento. Por el contrario, para cualquier otro valor de  $L$ , se tendrá una combinación de la velocidad del viento y la velocidad propia del equipo al estar oscilando.

Aplicando la ecuación de Von Karman (Ec.1.1) en  $L/2$ , se obtiene:

$$f(L/2) = \frac{S_t \cdot v(L/2)}{d}$$

(Ec.2.14)

Siendo  $d$  el diámetro en  $L/2$ .

Es decir, primero se calcula la frecuencia en aquel punto donde se conoce que únicamente afecta la velocidad del viento ( $L/2$ ) y a partir de este punto y sabiendo que la frecuencia se debe mantener constante a lo largo de toda la geometría, es posible calcular el resto de parámetros:

$$f\left(\frac{L}{2}\right) = f(y) = f = \frac{S_t \cdot V_r(y)}{D(y)} = \text{cte}$$

(Ec.2.15)

Donde  $V_r$  es la velocidad relativa del aire, cuyas componentes son la velocidad del viento y la velocidad propia de oscilación.

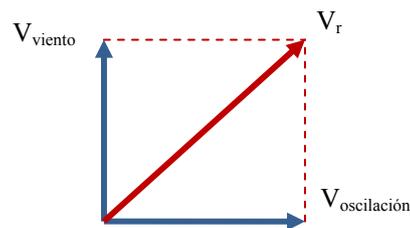


Fig. 2.9 Componentes de la velocidad relativa del aire.

Por tanto, el valor de la velocidad relativa es:

$$V_r^2 = V_{viento}^2 + V_{oscilación}^2$$

(Ec.2.16)

La velocidad de oscilación se corresponde con cuatro veces la máxima amplitud de oscilación, dividido entre el periodo (o bien multiplicado por la frecuencia):

$$V_{oscilación} = \frac{4A}{T} = 4 \cdot X(y) \cdot f$$

(Ec.2.17)

Gráficamente:

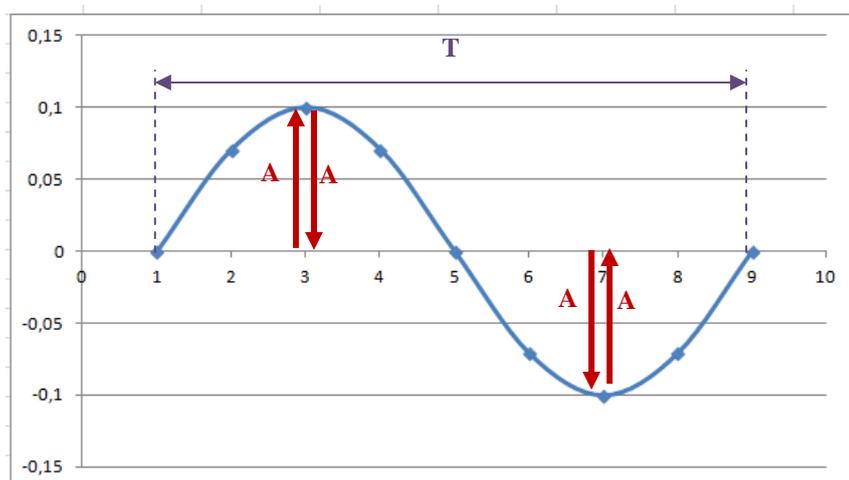


Fig. 2.10 Cálculo de la velocidad de oscilación

Por tanto, sustituyendo (Ec.2.17) en la ecuación (Ec.2.16), se obtiene:

$$V_r^2 = \sqrt{V^2(y) + 16 \cdot X^2(y) \cdot f^2} \tag{Ec.2.18}$$

Siendo X(y) el valor de la amplitud en cada punto de la altura de la geometría (y). Sustituyendo (Ec.2.18) en (Ec.2.15) y desarrollando, se determina:

$$\begin{aligned} V_r^2 &= f^2(y) \frac{D^2(y)}{S^2} = V^2(y) + 16 \cdot X^2(y) \cdot f^2 \\ f^2(y) &= \frac{S^2(V^2(y) + 16 \cdot X^2(y) \cdot f^2)}{D^2(y)} \\ f^2 &= \frac{S^2 \cdot V^2(y)}{D^2(y) - 16 \cdot S^2 \cdot X^2(y)} \end{aligned} \tag{Ec.2.19}$$

Como  $f(L/2) = f(y) = f$ , se igualan las expresiones (Ec.2.15) y (Ec.2.19) para determinar el diámetro de la geometría en función de la altura (y):

$$\frac{S^2 \cdot V^2(L/2)}{D^2(L/2)} = \frac{S^2 \cdot V^2(y)}{D^2(y) - 16 \cdot S^2 \cdot X^2(y)} \tag{Ec.2.20}$$

Despejando el diámetro en función de la altura y sabiendo que  $d=D(L/2)$ , se obtiene:

$$D^2(y) = \frac{V^2(y) \cdot d^2}{V^2(L/2)} + 16 \cdot S^2 \cdot X^2(y) \tag{Ec.2.21}$$

Por otro lado, en la parte superior de la estructura ( $y=H$ ), la amplitud máxima de oscilación corresponde con  $\beta$  veces el diámetro de la sección en ese punto. De tal manera que se cumple que:

$$X(H) = \beta \cdot D(H)$$

(Ec.2.223)

Gráficamente:

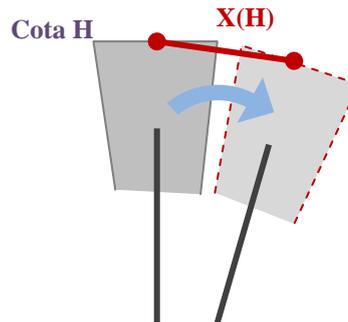


Fig. 2.11 Amplitud de oscilación en el extremo superior de la estructura

La amplitud para cualquier otra altura, se corresponde con la expresión:

$$X(y) = \frac{y - \frac{L}{2}}{H - \frac{L}{2}} \cdot \beta \cdot D(H)$$

(Ec.2.23)

Para  $y=H$  en la expresión (Ec.2.21) y aplicando (Ec.2.22) se obtiene:

$$D^2(H) = \frac{V^2(H) \cdot d^2}{V^2(L/2)} + 16 \cdot S^2 \cdot \beta^2 \cdot D^2(H)$$

(Ec.2.24)

Despejando  $D^2(H)$  en la ecuación (Ec.2.21) y operando:

$$V^2(L/2) \cdot D^2(H) = V^2(H) \cdot d^2 + 16 \cdot S^2 \cdot \beta^2 \cdot D^2(H) \cdot V^2(L/2)$$

$$D^2(H) = \frac{V^2(H) \cdot d^2}{V^2(L/2) \cdot (1 - 16 \cdot S^2 \cdot \beta^2)}$$

(Ec.2.25)

A partir de (Ec.2.21) y sustituyendo en ella los valores obtenidos en (Ec.2.23) y (Ec.2.25), se obtiene:

$$D^2(y) = \frac{V^2(y) \cdot d^2}{V^2(L/2)} + 16 \cdot S^2 \cdot \left( \frac{y - \frac{L}{2}}{H - \frac{L}{2}} \right)^2 \cdot \beta^2 \cdot \frac{V^2(H) \cdot d^2}{V^2(L/2) \cdot (1 - 16 \cdot S^2 \cdot \beta^2)}$$

$$D(y) = \sqrt{\frac{d^2}{V^2(L/2)} \cdot \left[ V^2(y) + \frac{16 \cdot S^2 \cdot \beta^2 \cdot V^2(H)}{1 - 16 \cdot S^2 \cdot \beta^2} \cdot \left( \frac{y - \frac{L}{2}}{H - \frac{L}{2}} \right)^2 \right]}$$

(Ec.2.264)

La ecuación (Ec.2.26) corresponde con la ecuación general de la geometría que podría tener una estructura vertical se sección circular para garantizar una generación homogénea de vórtices a lo largo de toda su sección, siempre y cuando se adopten las premisas consideradas al inicio del apartado 2.

Es decir, describe la variación del parámetro característico (diámetro) en función de la altura, para una estructura que produce vórtices de manera síncrona a lo largo de su estructura, teniendo en cuenta el perfil de velocidad del aire y la oscilación propia.

### 3. Representación geométrica.

Para el cálculo de la velocidad del aire en función de la altura, se emplean expresiones que tratan de representar tal distribución de velocidades. Concretamente, para el cálculo de la geometría, se aplica la Ley Exponencial de Helmann, considerando que se trabaja en atmósferas neutras.

Las atmósferas pueden ser neutras, estables o inestables, en función de si es indiferente, inhibe o amplifica respectivamente los movimientos verticales del aire debido a los cambios de temperatura del suelo por efecto de la radiación del sol.

A continuación, se procede a calcular los diámetros de la geometría a lo largo de toda su altura. Para ello se aplicará la expresión general de la geometría (Ec.2.26) y el procedimiento es el siguiente:

#### 3.1. Punto 1:

Determinar los parámetros a introducir en la ley exponencial de Helmann:

$$V(y) = V_{10} \left( \frac{y}{10} \right)^\alpha$$

(Ec.3.15)

V(L/2)	8,69 m/s
V(H)	11,17 m/s
V10	12 m/s
$\alpha$	0,14

Tabla. 3.1 Cálculo de la velocidad de oscilación

- Se toma como valor de rugosidad de la exponente  $\alpha=0,14$ , por tratarse de una orografía predominantemente llana.
- Por otro lado, se fija la velocidad objetivo del aire a 10m en 12m/s. (V10)
- Se calcula la velocidad del aire en la parte superior de la estructura ( $y=H$ ) y en la mitad de la varilla ( $y=L/2$ ).

Con todo ello se define una Ley Exponencial de Hellmann para toda la altura de la estructura ( $H=6m$ ), de la siguiente manera:

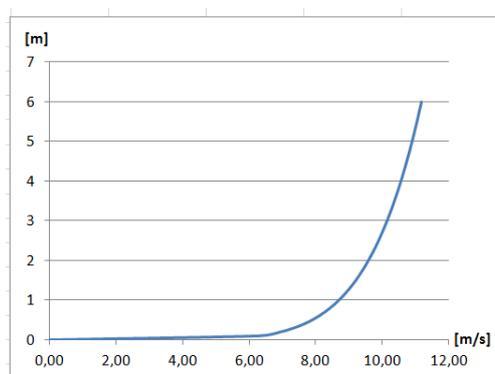


Fig. 3.1 Ley exponencial de Hellmann para  $V_{10}=12\text{m/s}$  y  $\alpha=0.14$

### 3.2. PUNTO 2:

Se define gráficamente cada una de las dimensiones críticas del equipo:

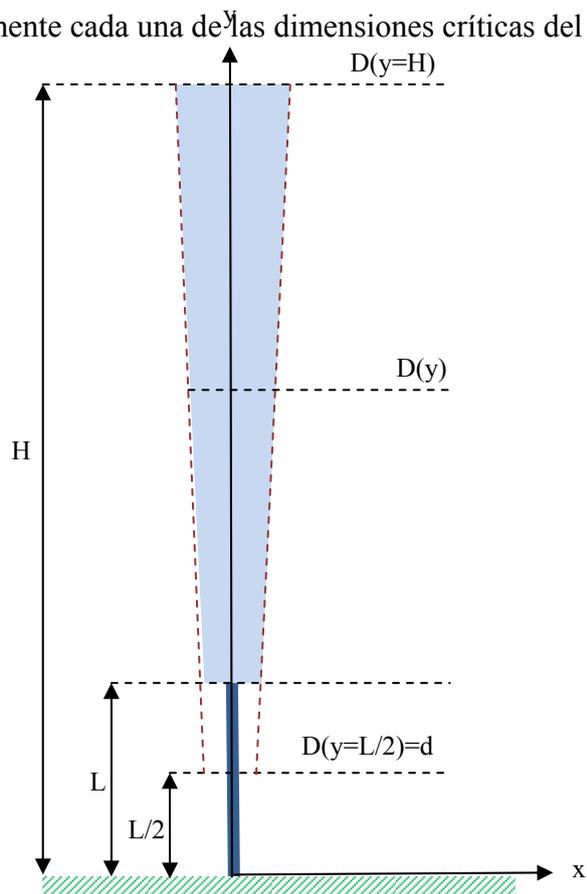


Fig. 3.2 Dimensiones representativas de la estructura.

**3.3. PUNTO 3:**

Se definen los parámetros críticos de diseño:

d	0,18 m
H	6 m
h(=L/2)	1 m
S (Strouhal)*	0,21
B**	1

Tabla. 3.2 Parámetros de diseño.

\*Se fija un valor de Strouhal de 0,21. Correspondiente a números de Reynolds bajos, al estimar entornos de flujo laminar.

\*\*Como criterio de diseño se estipula que el desplazamiento en el punto superior de la estructura, sea como máximo su mayor diámetro, lo que se traduce en  $\beta=1$ .

**3.4. PUNTO 4:**

Se calculan los diámetros de la geometría en función de la altura:

Y (cota)	D(Y)	V(Y)		Y (cota)	D(Y)	V(Y)
0	0,0716	0,00		3	0,2541	10,14
0,1	0,1455	6,30		3,1	0,2590	10,19
0,2	0,1547	6,94		3,2	0,2640	10,23
0,3	0,1601	7,34		3,3	0,2691	10,27
0,4	0,1641	7,65		3,4	0,2742	10,32
0,5	0,1672	7,89		3,5	0,2794	10,36
0,6	0,1700	8,09		3,6	0,2847	10,40
0,7	0,1726	8,27		3,7	0,2901	10,44
0,8	0,1751	8,43		3,8	0,2955	10,48
0,9	0,1775	8,57		3,9	0,3010	10,52
1	0,1800	8,69		4	0,3065	10,56
1,1	0,1826	8,81		4,1	0,3121	10,59
1,2	0,1852	8,92		4,2	0,3177	10,63
1,3	0,1880	9,02		4,3	0,3234	10,66
1,4	0,1908	9,11		4,4	0,3292	10,70
1,5	0,1938	9,20		4,5	0,3350	10,73
1,6	0,1970	9,28		4,6	0,3408	10,76
1,7	0,2003	9,36		4,7	0,3467	10,80
1,8	0,2037	9,44		4,8	0,3526	10,83
1,9	0,2072	9,51		4,9	0,3586	10,86
2	0,2109	9,58		5	0,3646	10,89
2,1	0,2147	9,64		5,1	0,3706	10,92
2,2	0,2186	9,71		5,2	0,3767	10,95
2,3	0,2227	9,77		5,3	0,3828	10,98
2,4	0,2268	9,83		5,4	0,3889	11,01
2,5	0,2311	9,88		5,5	0,3951	11,04
2,6	0,2355	9,94		5,6	0,4013	11,06
2,7	0,2400	9,99		5,7	0,4075	11,09

Y (cota)	D(Y)	V(Y)		Y (cota)	D(Y)	V(Y)
2,8	0,2446	10,04		5,8	0,4138	11,12
2,9	0,2493	10,09		5,9	0,4200	11,15
				6	0,4263	11,17

Tabla. 3.3 Diámetros de la geometría en función de la altura. Caso A.

Gráficamente, en la figura 3.3, se representan estos valores, mostrando el perfil geométrico.

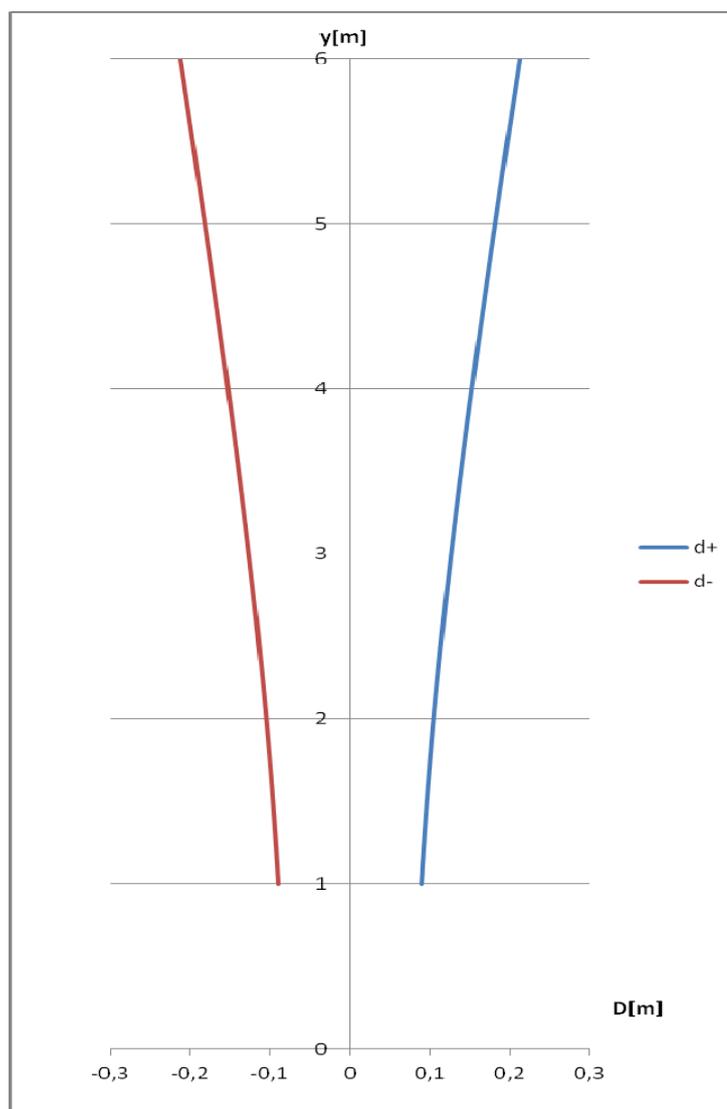


Fig. 3.3 Geometría óptima para homogeneizar el desprendimiento de vórtices  $L=6$  y  $d=0,18$ .

Puede observarse cómo el elemento cilíndrico  $\square$  tendrá una forma de tronco de cono invertida.

En este caso, el diámetro inferior  $d(D=L/2)=0,18\text{m}$  y el diámetro superior  $D(y=H)=0,42\text{m}$ .

Trazando la función de una recta cuyos valores correspondan con el extremo del diámetro superior e inferior, se observa que, para obtener el área de la superficie expuesta al viento, se puede ajustar al área de un trapecio de diámetro superior  $D_{\text{sup}}$  y diámetro inferior  $D_{\text{inf}}$ .

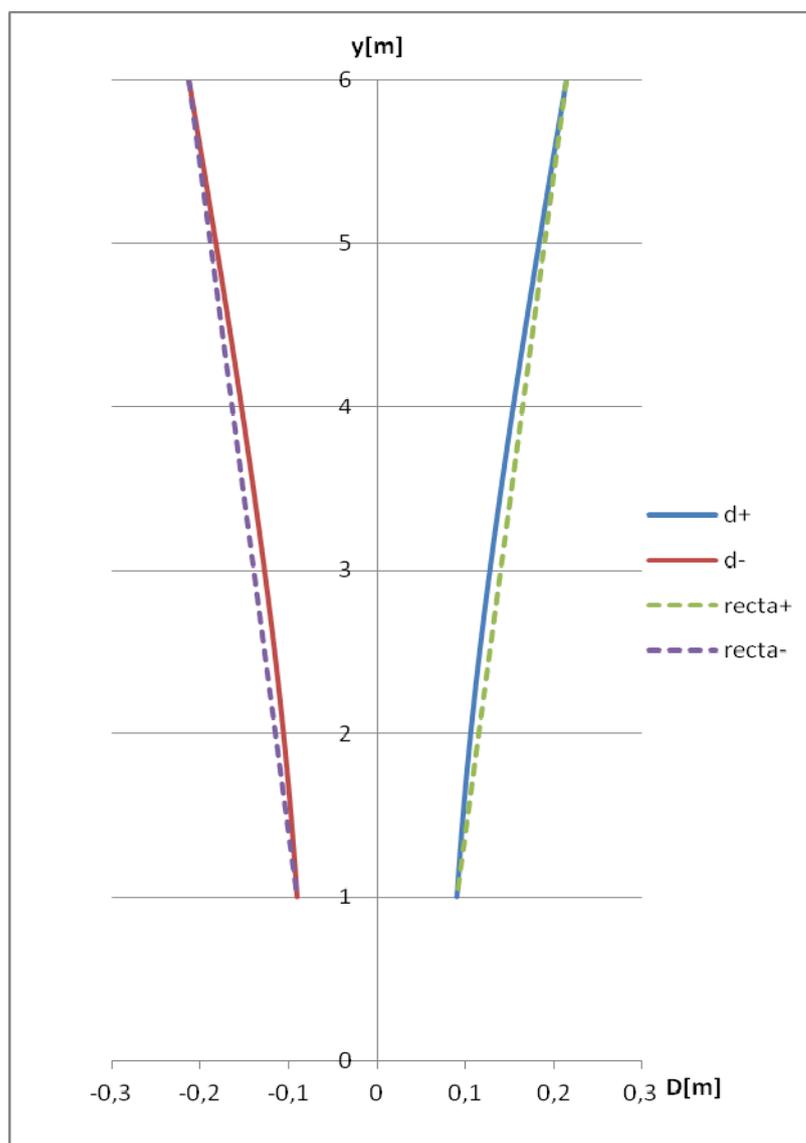


Fig. 3.4 Ajuste de geometría para cálculo del área.

Para este caso, el área perpendicular a la acción del viento es de  $1,81\text{m}^2$ .

Considerando que la amplitud máxima es una vez el diámetro superior del equipo, se tiene que el área barrida por esta geometría, es de dos veces el área de la geometría en estático. Lo que significa, que el área barrida es de  $3,63\text{m}^2$ .

#### 4. Calculo de la frecuencia de desprendimiento de vórtices.

Esta variación de diámetros a lo largo de la altura geométrica, permite que se tenga una frecuencia de desprendimientos de vórtices constante y de valor igual a la frecuencia en  $L/2$  (donde no existe apenas desplazamiento y donde se puede aplicar la formula de Von Karman).

En cualquier otro punto se tiene una variación de la amplitud que varia proporcionalmente desde  $H$  ( $A=D(y)=0,42\text{m}$ ) a  $L/2$  ( $A=0$ ).

Aplicando la formula de Von Karman, en la cual la velocidad corresponde con la velocidad relativa (Ec.2.15) se obtiene, que la frecuencia permanece constante a lo largo de la geometría y su valor es  $f=10,2\text{Hz}$ .

Y (cota)	Amplitud [m]	Voscilación [m/s]	Vr [m/s]	Frecuencia Vórtices [Hz]
1	0.01	0.34	8.70	10.2
1.1	0.02	0.68	8.84	10.2
1.2	0.03	1.02	8.98	10.2
1.3	0.03	1.36	9.12	10.2
1.4	0.04	1.70	9.27	10.2
1.5	0.05	2.04	9.42	10.2
1.6	0.06	2.38	9.58	10.2
1.7	0.07	2.72	9.75	10.2
1.8	0.08	3.05	9.92	10.2
1.9	0.08	3.39	10.10	10.2
2	0.09	3.73	10.28	10.2
2.1	0.10	4.07	10.47	10.2
2.2	0.11	4.41	10.66	10.2
2.3	0.12	4.75	10.86	10.2
2.4	0.13	5.09	11.07	10.2
2.5	0.13	5.43	11.28	10.2
2.6	0.14	5.77	11.49	10.2
2.7	0.15	6.11	11.71	10.2
2.8	0.16	6.45	11.93	10.2
2.9	0.17	6.79	12.16	10.2
3	0.18	7.13	12.39	10.2
3.1	0.18	7.47	12.63	10.2

Y (cota)	Amplitud [m]	Voscilación [m/s]	Vr [m/s]	Frecuencia Vórtices [Hz]
3.2	0.19	7.81	12.87	10.2
3.3	0.20	8.15	13.11	10.2
3.4	0.21	8.48	13.36	10.2
3.5	0.22	8.82	13.61	10.2
3.6	0.23	9.16	13.86	10.2
3.7	0.23	9.50	14.12	10.2
3.8	0.24	9.84	14.38	10.2
3.9	0.25	10.18	14.64	10.2
4	0.26	10.52	14.90	10.2
4.1	0.27	10.86	15.17	10.2
4.2	0.28	11.20	15.44	10.2
4.3	0.28	11.54	15.71	10.2
4.4	0.29	11.88	15.99	10.2
4.5	0.30	12.22	16.26	10.2
4.6	0.31	12.56	16.54	10.2
4.7	0.32	12.90	16.82	10.2
4.8	0.33	13.24	17.10	10.2
4.9	0.33	13.58	17.38	10.2
5	0.34	13.91	17.67	10.2
5.1	0.35	14.25	17.96	10.2
5.2	0.36	14.59	18.24	10.2
5.3	0.37	14.93	18.53	10.2
5.4	0.38	15.27	18.83	10.2
5.5	0.38	15.61	19.12	10.2
5.6	0.39	15.95	19.41	10.2
5.7	0.40	16.29	19.71	10.2
5.8	0.41	16.63	20.00	10.2
5.9	0.42	16.97	20.30	10.2
6	0.43	17.31	20.60	10.2

Fig. 4.1 Frecuencia de desprendimiento de Vórtices en función de la altura.

## 5. Conclusiones.

Como consecuencia del colapso del puente de Tacoma Narrow, se comprobó que aquellas estructuras que no son capaces de disipar la energía que les comunica la corriente fluida, bajo unas ciertas condiciones, presentan deformaciones que pueden divergir y provocar la rotura de la estructura.

Históricamente, este fenómeno, se ha intentado evitar o, al menos limitar, puesto que es perjudicial para estructuras diseñadas para un fin propio. Pero por qué no pensar, en cómo diseñar una estructura precisamente para aprovechar este fenómeno y gracias a estas deformaciones cíclicas inducidas capte energía del viento.

De ello, surge la idea que cómo optimizar la geometría de una estructura para obtener de manera estable y homogénea el desprendimiento de los torbellinos de Von Karman.

Sobre el terreno, se ha observado cómo estructuras cilíndricas, rectas y esbeltas, no generan vórtices con la misma frecuencia, a diferentes alturas, debido a la variación exponencial de la velocidad del aire en función de la altura.

Se ha demostrado que cuando una varilla flexible, empotrada en uno de sus extremos y libre en el extremo opuesto, se somete a una carga puntual, se induce una deformación que puede considerarse despreciable hasta la mitad de la longitud de la varilla (valores de  $\Theta < 10^\circ$ ). Con ello, se determina, que en ese punto se puede aplicar la ecuación de Von Karman, y por tanto, obtener la frecuencia objetivo que debe tener toda la estructura.

También es importante tener en cuenta, que la velocidad de viento que afecta a la estructura tiene dos componentes. Una componente perpendicular al movimiento de la estructura, que corresponde con la velocidad de la corriente fluida incidente, y otra componente paralela, propia del movimiento del equipo. Resultando una velocidad relativa, como velocidad de diseño de la estructura.

Considerando todo lo anterior, se obtiene la ecuación general que determina la variación del diámetro en función de la altura. Con ello, la nueva geometría deja de ser un cilindro recto, para convertirse en un tronco de cono invertido.

La variación del diámetro y de la velocidad del viento en función de la altura, genera en una geometría troncocónica invertida con una frecuencia de desprendimiento de vórtices constante.

## 6. Bibliografía.

- [1] TACOMA NARROWS BRIDGE FAILURE, AND UNDERGRADUATE PHYSICS. K. Yusuf Billah. American Association of Physics Teachers. 1991.
- [2] A REVIEW OF RECENT STUDIES ON VORTEX-INDUCED VIBRATIONS OF LONG SLENDER CYLINDERS. Xiaodong Wu, FeiGe, Youshi Hong State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, PR China. Elsevier. *Journal of Fluids and Structures* 28 (2012) 292–308. Diciembre 2011
- [3] VORTEX-INDUCED VIBRATIONS OF A CIRCULAR CYLINDER IN LAMINAR AND TURBULENT FLOWS.S. Pasto. *Civil and Environmental Engineering Department, University of Florence, 3, v.S. Marta, 50139 Florence, Italy. Elsevier. Journal of Fluids and Structures* 24 (2008) 977–993. Marzo 2008
- [4] EXPERIMENTAL STUDY OF VORTEX-INDUCED VIBRATIONS OF A TETHERED CYLINDER.X.K. Wanga, B.Y.Su, S.K.Tan. *Journal of Fluids and Structures* 34 (2012) 51–67. Mayo 2012
- [5] THE EFFECT OF VON KARMAN VORTEX STREET ON BUILDING VENTILATION. P.Praveen Kumar. Proceedings of the World Congress on Engineering 2009 Vol II WCE 2009, July 1 - 3, 2009, London, U.K.
- [6] VORTEX SHEDDING OF BLUFF BODIES: M.Matsumoto, *Journal of Fluids and Structures*, 1999, vol. 13, pp. 791-811.
- [7] INDUCED SEPARATION AND VORTICITY USING ROUGHNESS IN VIV OF CIRCULAR CYLINDERSAT. Bernitsas,M.M.,Raghavan,K.,Duchene,G.,2008
- [8] VORTEX INDUCED FORCES ON OSCILLATING BLUFF CYLINDERS, Gopalkrishnan, R., Massachusetts Institute of Technology, Department of Ocean Engineering, 1993.
- [9] AN ELECTRICAL POWER GENERATOR AND AN ELECTRICAL POWER GENERATION METHOD. Patente: WO 2016055370 A2. VILLARREAL David Jesús YAÑEZ. Abr 2016